

Színtan

Horváth András, SZE

v 0.9



Oktatási célra szabadon terjeszthető

Vázlat

- 1 Bevezetés
- 2 Alapfogalmak
 - A színekép
 - Spektrális érzékenység
- 3 Milyen jelet kap az agyunk?
- 4 Additív színrendszerek
 - Az RGB-rendszer
 - Az XYZ-rendszer
 - A szemhez igazított rendszerek
- 5 Szubtraktív rendszerek
 - Alapgondolat
 - A CMY és CMYK rendszerek

Alapgondolatok

Szín: a tárgyak azon tulajdonsága, mely lehetővé teszi az azonos fényességű és alakú tárgyak megkülönböztetését.

Alapgondolatok

Szín: a tárgyak azon tulajdonsága, mely lehetővé teszi az azonos fényességű és alakú tárgyak megkülönböztetését.

Lehet, hogy ...

- ... két tárgyat egy személy azonos színűnek, egy másik különbözőnek lát.
- ... egy tárgyat valaki kéknek, más valaki zöldnek lát.

⇒ **A szín személyfüggő, tehát szubjektív fogalom.**

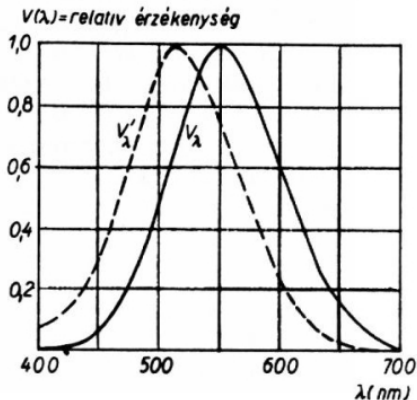
Emlékeztető

A szemben kétféle receptor van:

- pálcikák: nem színérzékenyek, félhomályban hatékonyak
- csapok: színérzékenyek, nappali fényben hatékonyak

Ezért színeket csak nappali fényben látunk rendesen.

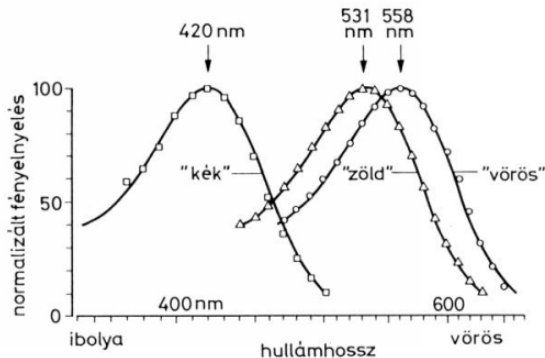
Pálcikák és csapok érzékenysége



Szaggatott: pálcika; folytonos: csapok összesítve.

Félhomályban kicsit a kék felé tolódik el érzékenységünk.

A csapok érzékenysége

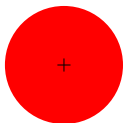


A színérzékelés oka: különböző hullámhosszakra máshogy érzékenyek az egyes pálcika-típusok.

A pontos görbe-lefutás egyénfüggő.

Egy kis játék

Bámuljuk a kör közepén levő keresztet 30 s-ig, majd nézzünk egy fehér felületre!



A színekép fogalma

A fényforrások általában sokféle hullámhosszon sugároznak.

Ezt jellemzi a **színekép**: $\varphi(\lambda)$

Jelentése: Egy A nagyságú felületre merőleges beesés esetén λ_1 és λ_2 hullámhosszak között

$$E(\lambda_1, \lambda_2) = A \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda$$

energia jut.

A színekép fogalma

A fényforrások általában sokféle hullámhosszon sugároznak.
Ezt jellemzi a **színekép**: $\varphi(\lambda)$

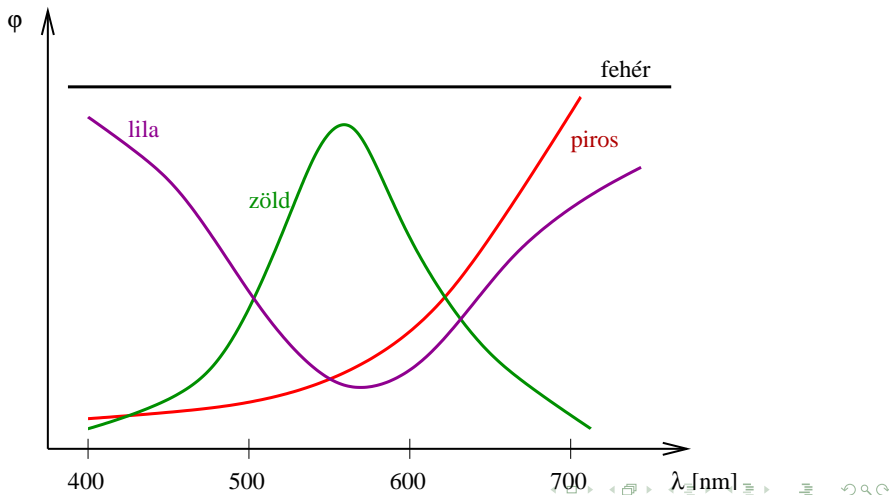
Jelentése: Egy A nagyságú felületre merőleges beesés esetén λ_1 és λ_2 hullámhosszak között

$$E(\lambda_1, \lambda_2) = A \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda$$

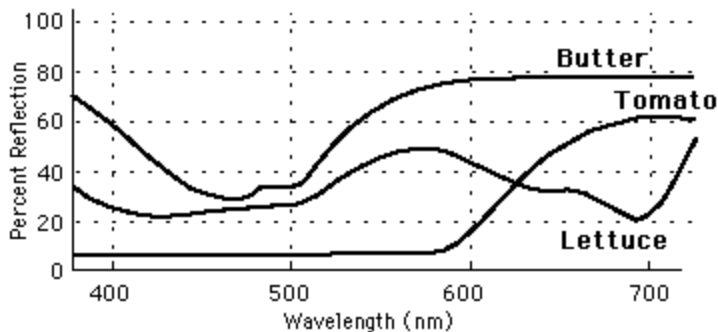
energia jut.

Pontatlanul: $\varphi(\lambda)$ kifejezi, mennyire erős a sugárzás λ hullámhosszon.

Egyszerű példák színeképre



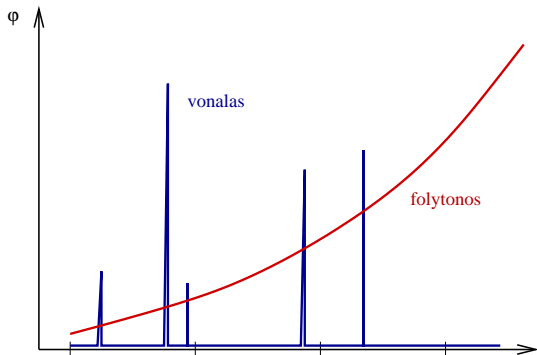
A vaj, a paradicsom és a saláta színeképe



Folytonos és vonalas színkép

Szilárd testek által kibocsátott fény esetén $\varphi(\lambda)$ többnyire **folytonos**.

Izzó gázok színképe viszont **vonalas**: felsorolható, mely hullámhosszak környékén nem 0.



Vonalas színekép leírása

Matematikailag hogyan kezelhető a vonalas színekép?

Egy elhanyagolható nagyságú helyen különbözik 0-tól, de ott olyan nagy, hogy integrálja nem elhanyagolható.

Vonalas színekép leírása

Matematikailag hogyan kezelhető a vonalas színekép?

Egy elhanyagolható nagyságú helyen különbözik 0-tól, de ott olyan nagy, hogy integrálja nem elhanyagolható.

Nem precíz matematika jön!

Dirac-delta függvény: $\delta(x)$

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \neq 0 \\ \infty, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

Továbbá:

$$\int_0^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

Megfelelő precízkedések mellett bebizonyítható:

$$\int_0^{\infty} \delta(x - x_0) f(x) dx = f(x_0)$$

Spektrális érzékenység

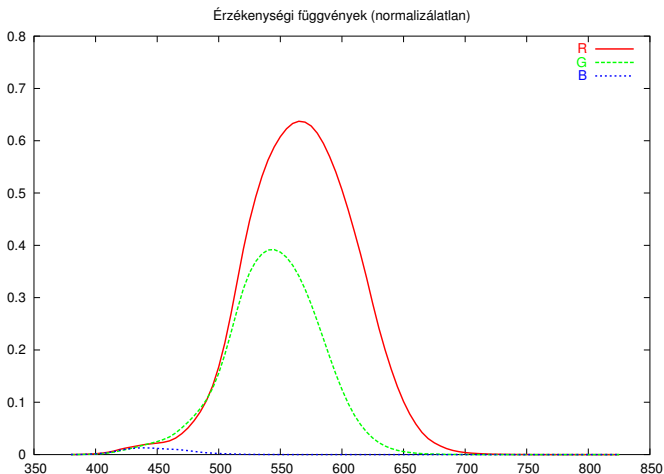
Azt mutatja meg, hogy az egyes érzékelők mennyire érzékenyek a különböző hullámhosszúságú fényekre.

Szokásos elnevezés és jelölés:

- Protos: vörös érzékelés. $\bar{p}(\lambda)$ vagy $p_1(\lambda)$
- Deuteros: zöld érzékelés. $\bar{d}(\lambda)$ vagy $p_2(\lambda)$
- Tritos: kék érzékelés. $\bar{t}(\lambda)$ vagy $p_3(\lambda)$

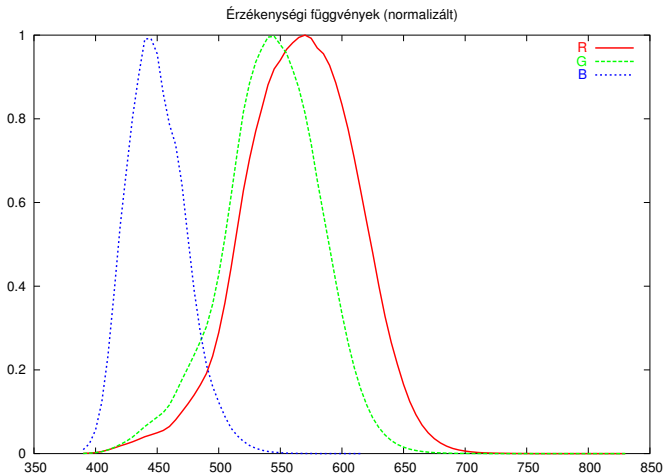
A függvényalakok egyénfüggők. Készült egy szabványosnak tekintett átlag görbecsomag.

A szabvány görbék



Érdekesség: tritos sokkal kevésbé érzékeny, mint protos és deuterios.

A szabvány görbék, normalizált



Protos és deuterops maximumhelye alig tér el: kis hiba és vörös-zöld

A színinformáció képződése

Az érzékenységi görbék matematikai jelentése: a színekép és az érzékenységi görbe szorzatának integrálja adja a jelet.

Bőbeszédű jelölés:

$$P = k_p \int_0^\infty \varphi(\lambda) \bar{p}(\lambda) d\lambda$$

$$D = k_d \int_0^\infty \varphi(\lambda) \bar{d}(\lambda) d\lambda$$

$$T = k_t \int_0^\infty \varphi(\lambda) \bar{t}(\lambda) d\lambda$$

k_p , k_d , k_t a normalizációs értékek.

Tömörebb jelölés

$$J_i = k_i \int_0^\infty \varphi(\lambda) p_i(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3$$

Az agyunk által kapott jel

Agyunk csak a (P, D, T) értékhármast kapja meg. (Tömören: a \underline{J} jelvektort.)

Következmények:

- Ha $p_i(\lambda)$ eltérő, az agyba menő jel is eltérő lesz.
- A teljes $\varphi(\lambda)$ végtelen számadattal írható le, \underline{J} csak 3-mal. Ezért ugyanaz a jelvektor több színek esetén is létrejöhet!

Metamerek

Metamer: két színek egymás metamerje, ha azonos jelvektor tartozik hozzájuk.

Metamerek

Metamer: két színek egymás metamerje, ha azonos jelvektor tartozik hozzájuk.

Elvi jelentőség: feldolgozható mennyiségűre redukálja a színek információit, de valamit megtart a színekéről.

Gyakorlati jelentőség: Ha egy színt akarunk előállítani, nem kell a teljes színeképet utánozni, elég, ha metamert állítunk elő.

Metamerek

Metamer: két színek egymás metamerje, ha azonos jelvektor tartozik hozzájuk.

Elvi jelentőség: feldolgozható mennyiségűre redukálja a színek információit, de valamit megtart a színekéről.

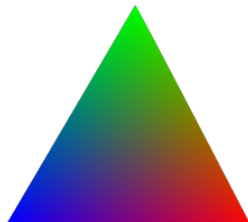
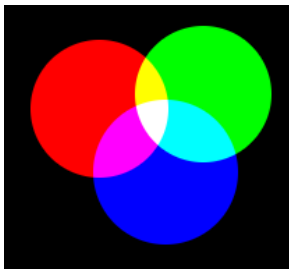
Gyakorlati jelentőség: Ha egy színt akarunk előállítani, nem kell a teljes színeképet utánozni, elég, ha metamert állítunk elő.

Érdekességek:

- Színtévesztés magyarázata.
- Eltérő színérzékelés magyarázata.
- Ritka genetikai módosulás: 4 féle csap. Az ilyen ember sokkal több színt lát, amit le sem tud írni a normál embereknek.

Alapötlet

Próbáljunk színeket keverni néhány szín összeadásával!



Az integrálás tulajdonságai miatt ha φ_a -hoz \underline{J}_a , φ_b -hoz \underline{J}_b ingerületvektor tartozik, akkor $\varphi_a + \varphi_b$ -hoz $\underline{J}_a + \underline{J}_b$.

Additív színrendszer

K darab **alapszín**, azaz ismert színekű fényforrás.
Színekük: $A_k(\lambda)$.

Additív színrendszer

K darab **alapszín**, azaz ismert színeképű fényforrás.
Színeképük: $A_k(\lambda)$.

Ezek keverésével előállítható színeképek:

$$\varphi(\lambda) = \sum_{k=1}^K S_k A_k(\lambda)$$

Az S_k súlyok határozzák meg, milyen színről is van szó.

Fizikailag csak $S_k \geq 0$ -nak van értelme.

Az RGB-rendszer

Alapötlet: additív színrendszer $K = 3$ vonalas színeképű alapszínnel.

$$A_k(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_k)$$

ahol $\lambda_1 = 700 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 546,1 \text{ nm}$, $\lambda_3 = 435,8 \text{ nm}$.

Szokás S_1 -et R -nek, S_2 -t G -nek, S_3 -at B -nek nevezni.

Az RGB-rendszer érvényességi köre

Vajon mely színek metamerjei állíthatók elő ilyen alapszínekből?
Az agyunkba menő jelek:

$$\begin{aligned} J_i &= \int_0^\infty \varphi(\lambda) p_i(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty \left(\sum_{k=1}^3 S_k \delta(\lambda - \lambda_k) \right) p_i(\lambda) d\lambda = \\ &= \sum_{k=1}^3 S_k p_i(\lambda_k) \end{aligned}$$

Vektorokkal: $\underline{J} = (J_1, J_2, J_3)$, $\underline{S} = (S_1, S_2, S_3)$.

$$\underline{J} = \hat{T} \underline{S} \quad \text{ahol } T_{i,k} = p_i(\lambda_k)$$

\hat{T} elemei igen fontosak!

A transzformációs mátrix

A p_i érzékenységi függvények ismeretében:

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 0.0059 & 0.919 & 0.0341 \\ 0.000365 & 0.997 & 0.0518 \\ 0 & 0.00317 & 0.9036 \end{pmatrix}$$

Az inverze sem lesz szép:

$$\hat{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 179.74 & -165.69 & 2.715 \\ -0.0658 & 1.064 & -0.0585 \\ 0.00023 & -0.00373 & 1.107 \end{pmatrix}$$

Metamerek az RGB-rendszerben

\hat{T}^{-1} segítségével kereshetünk metamereket.

Metamerek az RGB-rendszerben

\hat{T}^{-1} segítségével kereshetünk metamereket.

Adott egy tetszőleges $\varphi(\lambda)$ színekép.

- 1 Kiszámoljuk az ingerület-vektort: $J_i = \int s(\lambda)p_i(\lambda)d\lambda$
- 2 $\underline{S} = \hat{T}^{-1}\underline{J}$ adja a súlyokat.

Metamerek az RGB-rendszerben

\hat{T}^{-1} segítségével kereshetünk metamereket.

Adott egy tetszőleges $\varphi(\lambda)$ színekép.

- 1 Kiszámoljuk az ingerület-vektort: $J_i = \int s(\lambda)p_i(\lambda)d\lambda$
- 2 $\underline{S} = \hat{T}^{-1}\underline{J}$ adja a súlyokat.

Fontos! Mivel \hat{T}^{-1} -ben sok a negatív elem, lesz olyan szín, melyhez \underline{S} legalább 1 eleme negatív lenne. Ilyenkor nem állítható elő a szín metamerje.

Tiszta színek az RGB-rendszerben

Lássuk mindezt a tiszta színek esetére!

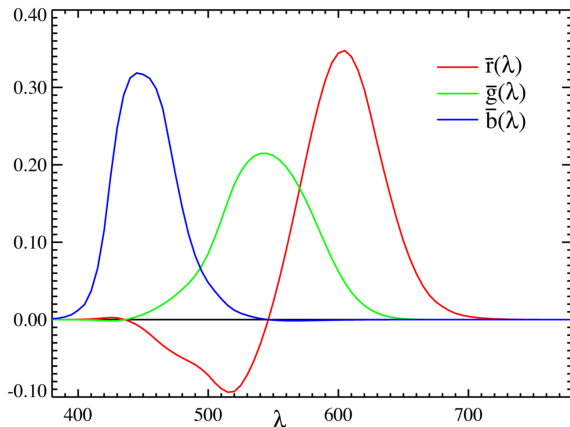
Legyen $\varphi(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$.

- 1 Ekkor $J_i = p_i(\lambda_0)$ az ingerületvektor.
- 2 Az ehhez tartozó súlyok:

$$\underline{S}_m(\lambda_0) = \hat{T}^{-1} \begin{pmatrix} p_1(\lambda_0) \\ p_2(\lambda_0) \\ p_3(\lambda_0) \end{pmatrix}$$

\underline{S}_m komponensei: **színmegfeleltető függvények.**

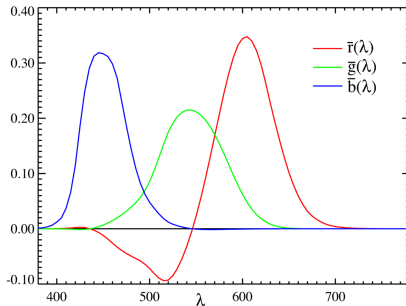
A színmegfeleltető függvények az RGB-rendszerben



$\underline{S}_m = (\bar{r}, \bar{g}, \bar{b})$. A pontos alak függ a normálástól is.

Baj van!

Szemléletes jelentés



Hogyan lehet pl. a 600 nm-es tiszta szín metamerjét előállítani?

A grafikonról: $\bar{r}(600) \approx 0,33$, $\bar{g}(600) \approx 0,07$, $\bar{b}(600) \approx 0,00$.

(Vagy ezek konstans-szorosa.)

Ez a szöveg ilyen színnel íródott.

A színpatkó

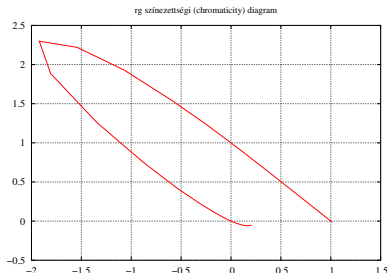
Konstanssal szorzás csak az intenzitást változtatja, a színt nem.

Célszerű $R + G + B$ -vel leosztani:

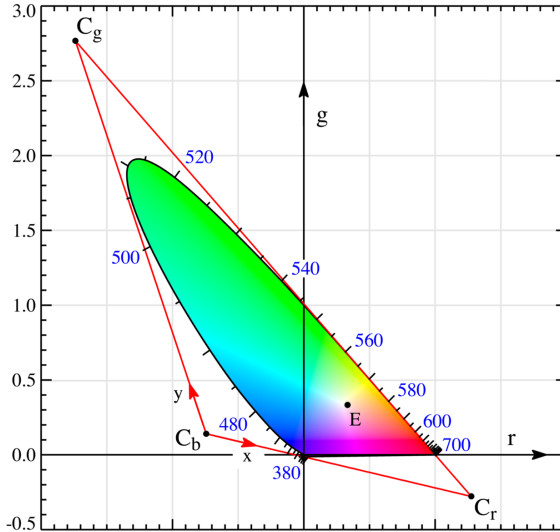
$$r = \frac{R}{R + G + B} \left(= \frac{S_1}{S_1 + S_2 + S_3} \right) \quad \text{valamint} \quad g = \frac{G}{R + G + B}$$

(Nyilván $b = 1 - r - g$)

A tiszta színeknek megfelelő pontok egy görbét rajzolnak ki:



A teljes színpatkó



Pontosabb intenzitásmérés az RGB-rendszerben

A fenti $R + G + B$ nem méri teljesen jól a szem által érzett össz-intenzitást.

Kísérletek:

$$L = 0,177R + 0,812G + 0,011B$$

kb. az emberi szem intenzitásérzékelésével arányos.

Az RGB-rendszer értékelése

Előnyök:

- egyszerű alapszínek
- hardverrel jól közelíthető
- könnyű megérteni

Hátrányok:

- több szín nem ábrázolható
- normálási problémák

Az XYZ-rendszer alapötlete

Válasszunk más A_k alapfüggvényeket úgy, hogy S_k ne lehessen negatív.

Követelmény: **a színmegfeleltető** függvények legyenek nemnegatívak.

Az XYZ-rendszer alapötlete

Válasszunk más A_k alapfüggvényeket úgy, hogy S_k ne lehessen negatív.

Követelmény: **a színmegfeleltető** függvények legyenek nemnegatívak.

Másképp: a színpatkó kerüljön át az 1. síknegyedbe.

Az XYZ-rendszer alapötlete

Válasszunk más A_k alapfüggvényeket úgy, hogy S_k ne lehessen negatív.

Követelmény: a **színmegfeleltető** függvények legyenek nemnegatívak.

Másképp: a színpatkó kerüljön át az 1. síknegyedbe.

Szabvánnyá vált lineáris transzformáció:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,49 & 0,31 & 0,2 \\ 0,17697 & 0,81240 & 0,01063 \\ 0,0 & 0,01 & 0,99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Az XYZ-rendszer tulajdonságai

$R = G = B = 1$ XYZ-rendszerben is az $(1, 1, 1)$ vektorral van jellemezve.

Y megfelel a szem érzékenységének: ez az észlelt össz intenzitás.

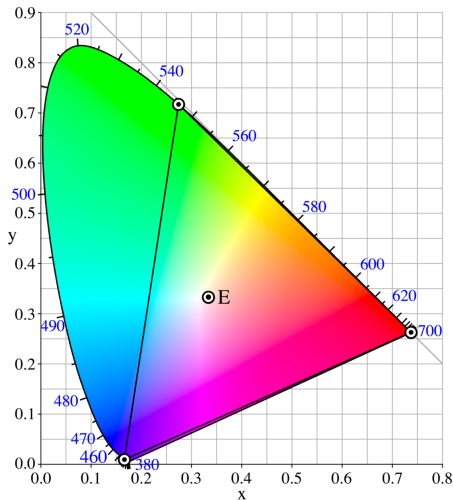
Minden szín nemnegatív (X, Y, Z) számhármassal jelezhető.

A fentiekhez hasonlóan:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad \text{valamint} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

jellemzi a színt.

Színpatkó az xy-rendszerben



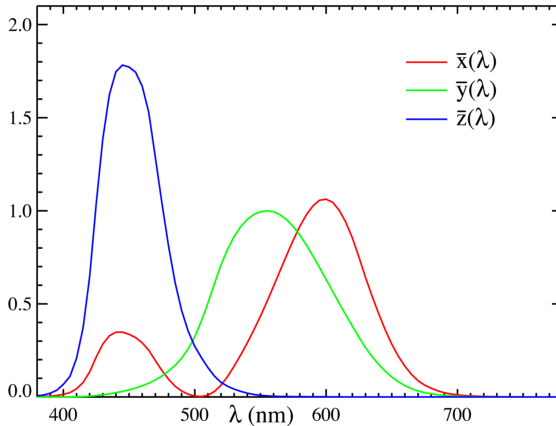
Az ábra színei csak közelítések.

A háromszög az RGB-ben ábrázolható színek tartománya.

E-pont: a fehér szín pontja, $x = y = 1/3$.

Ez a diagram minden színelméleti megfontolás alap-ábrája.

Színmegfeleltetési függvények az XYZ-rendszerben



Az XYZ-rendszer értékelése

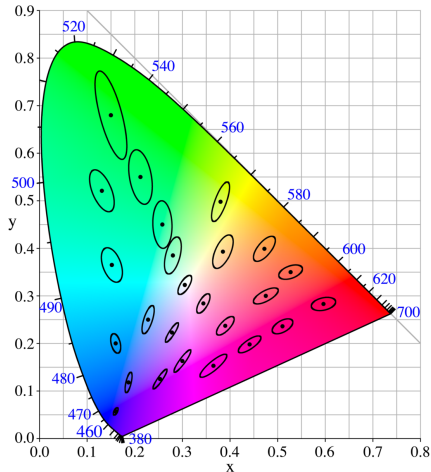
Előnyök:

- nemnegatív súlyok
- jó kiindulás számításokhoz
- Y megfelel az észlelt féényerősségnek

Hátrányok:

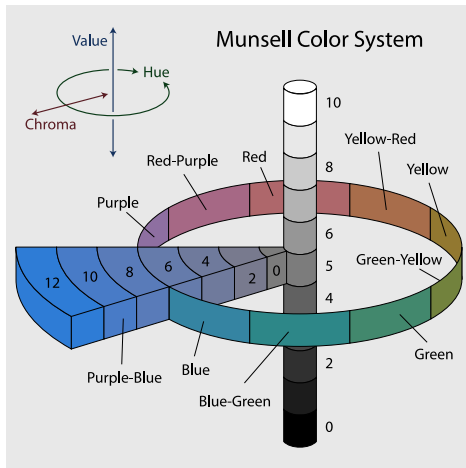
- nehéz hardveresen megvalósítani
- nem illeszkedik a szem színérzékenységéhez

Azonos színű foltok



A szem nem tud minden
színt elkülöníteni.
Kísérlet: mit látunk
azonos színűnek.

A Munsell-féle színrendszer



Albert H. Munsell (1858 – 1918): festő, tanár
Kézzel festett egy teljes színrendszert, mely a szemhez igazodik.
3 koordináta:

- világosság (value)
- színezet (hue)
- króma (chroma)

Figyelem! A teljes színtest nem szabályos!

A coloroid színrendszer

Nemcsics Antal fejlesztette.

Jellegében a Munsell-rendszerhez hasonlít, de a teljes színtest egy henger.

A CIELUV rendszer

Három koordináta: L , u és v .

L : összfényesség, u és v a színezettség.

Referenciaszín: ezt tekintjük fehérnek. (f index)

$$\begin{aligned}u' &= \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} \\v' &= \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} \\L &= \begin{cases} 116 \sqrt[3]{Y/Y_f} - 16 & \text{ha } Y/Y_f > 0,008856 \\ 903,3 Y/Y_f & \text{különben} \end{cases} \\u &= 13L(u' - u'_f) \\v &= 13L(v' - v'_f)\end{aligned} \tag{1}$$

A CIELAB rendszer

L , a és b koordináták. L ugyanaz, mint előbb.

$$\begin{aligned} L &= \begin{cases} 116 \sqrt[3]{Y/Y_f} - 16 & \text{ha } Y/Y_f > 0,008856 \\ 903,3 Y/Y_f & \text{különben} \end{cases} \\ a &= 500 \left(\sqrt[3]{X/X_f} - \sqrt[3]{Y/Y_f} \right) \\ b &= 200 \left(\sqrt[3]{Y/Y_f} - \sqrt[3]{Z/Z_f} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Színek különbsége itt:

$$\Delta E = \sqrt{(\Delta L)^2 + (\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

ΔE megegyezik: kb. egyforma mértékben eltérőnek érezzük.

A HSV-rendszer

H=hue, S=saturation, V=value. (Színezet, telítettség, érték.)

$$\begin{aligned} V &= L \\ S &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ H &= \begin{cases} \arctan(b/a) & \text{ha } b > 0 \\ \arctan(b/a) + 180^\circ & \text{ha } b < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

A tapasztalat szerint ez jól megfeleltethető az érzékelés alapján megkonstruált Munsell- és coloroid rendszereknek.

Egyéb színrendszerek

Speciális alkalmazásoknál ezek lineáris transzformáltjait is szokás használni.

Ezekre nem térünk ki.

A színrendszerek alkalmazása

Az eddigiek alkalmazása igen széleskörű.

Példák:

- grafikai rendszerek, rajzolóprogramok
- képtömörítő eljárások (pl. JPEG)
- festékek keverése

A PDT-rendszer

Az emberi szem érzékenységi függvényét alapfüggvényként használó rendszer.

P, D és T tulajdonképp a fenti, agyba menő ingerületvektor komponensei.

Hasznos az emberi szem hibáinak vizsgálatakor. Itt részeteibe nem megyünk bele.

Alapgondolat

Fehér lapra festünk: a festék **megakadályozza bizonyos hullámhosszak visszaverődését.**

A festékekkel tehát csökkentjük a visszavert fényt.

Másik példa: színes üvegek (színszűrők) egymáson.

Alapgondolat

Fehér lapra festünk: a festék **megakadályozza bizonyos hullámhosszak visszaverődését.**

A festékekkel tehát csökkentjük a visszavert fényt.

Másik példa: színes üvegek (színszűrők) egymáson.

Számszerű jellemzés: $\varrho(\lambda)$ **reflexiós tényezővel.**

ϱ értékei 0 és 1 közé esnek, megmutatják, hányad részt ver vissza a festék vagy enged át a színszűrő.

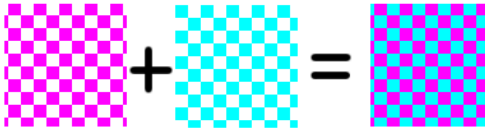
Ha a fényforrás $\varphi(\lambda)$ színeképű, a szűrt fény $\varphi(\lambda) \cdot \varrho(\lambda)$ színeképű lesz.

Fehér fényforrás: $\varphi(\lambda) = \text{áll.}$

Több szín jelenléte

Legyen két festékünk: $\varrho_1(\lambda)$, $\varrho_2(\lambda)$.

- Ha egymás mellé festünk velük, hatásuk összegződik.



- Ha egymásra festünk, hatásuk szorozódik.



A gyakorlatban mindegyiket használják...

Szorzás vagy összeadás?

Érdekes, de **általában mindegy!**

Többnyire egymástól független színekkel dolgozunk: $\varrho_1(\lambda)$ és $\varrho_2(\lambda)$
nem ugyanott térnek el 1-től.

Szorzás vagy összeadás?

Érdekes, de **általában mindegy!**

Többnyire egymástól független színekkel dolgozunk: $\varrho_1(\lambda)$ és $\varrho_2(\lambda)$
nem ugyanott térnek el 1-től.

Jelölések

Általánosan használt alapszínek:

C = Cyan (kékeszöld), M = Magenta (lila), Y = Yellow (sárga)

Ezek komplementerei kb. az RGB alapszíneknek felelnek meg.

Ezért CMY színekkel szubtraktív keveréssel kb. ugyanaz érhető el, mint RGB-vel.

Jelölések

Általánosan használt alapszínek:

C = Cyan (kékeszöld), M = Magenta (lila), Y = Yellow (sárga)

Ezek komplementerei kb. az RGB alapszíneknek felelnek meg.

Ezért CMY színekkel szubtraktív keveréssel kb. ugyanaz érhető el, mint RGB-vel.

Minek a K = black (fekete)?

- a fekete festék olcsóbb
- elvileg C, M és Y együtt feketét ad, de ezt nehéz elérni pontosan

Egy példa

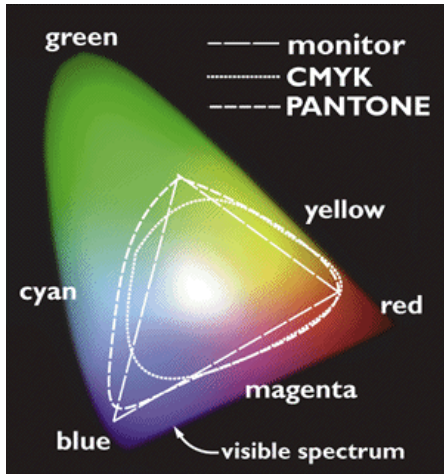
CMY:



CMYK:



Gamut-összehasonlítás



Ezek valódi eszközök gamutjai, ezért nem a széleken kezdődnek.

RGB és CMYK nem azonos területet fed!
Nincs egyértelmű konverzió.