

A vizuális észlelés fizikája

Avagy: Mit, miért és hogyan látunk, és mi az, amit
nem?

Belső használatára!

Dr. Horváth András

0.3.10 változat / 2009.12.10.

Tartalomjegyzék

I. Alapismeretek	6
1. Alapismeretek	7
1.1. Optikai alapismeretek	7
1.1.1. A fény, mint elektromágneses hullám	7
1.1.2. A fény részecske természete	9
1.1.3. A lencsék képalkotása	10
1.1.4. A fényelhajlás hatása	13
1.2. Biológiai alapismeretek	15
1.2.1. A szem vázlatos felépítése	15
1.2.2. A retina	16
1.2.3. Élesre állás	16
1.2.4. A térlátás	17
1.2.5. Alkalmazkodás a megvilágításhoz	18
1.2.6. Kérdések és feladatok	18
1.3. A fotometria alapjai	19
1.3.1. Bevezetés	19
1.3.2. Fotometriai mennyiségek	20
1.3.3. Kérdések és feladatok	26
II. A fény útja a szemünkig	27
2. Fényforrások	28
2.1. Fényforrások színeképe	28
2.1.1. Bevezető	28
2.1.2. A feketetest-sugárzás	28
2.1.3. Izzó gőzök és gázok színeképe	30
2.1.4. Fluoreszcens lámpák színeképe	31
2.1.5. LED-ek színeképe	31
2.1.6. Lézerek színeképe	33
2.1.7. A Nap színeképe	33
2.1.8. Egyéb színeképek	33
2.1.9. Milyen a jó fényforrás?	34
2.2. A fény iránymenti eloszlása	34
3. Fényterjedés kiterjedt közegekben	35
3.1. Fényelnyelés	36
3.1.1. Párhuzamos nyaláb elnyelődése	36
3.1.2. Széttartó nyaláb elnyelődése	38
3.1.3. Inhomogén közeg fényelnyelése	38

3.1.4. A fényelnyelés hullámhossz-függése	39
3.2. Fénykibocsátás	40
3.3. Fényszórás	41
3.3.1. A szórási hatáskeresztmetszet	41
3.3.2. A fényszórás hatásának számítása	43
3.3.3. Szóródás nagy méretű részecskéken	44
3.3.4. Szórás közepes méretű részecskéken	50
3.3.5. Szóródás igen kicsi részecskéken	52
3.3.6. Légköri jelenségek	52
4. Fényterjedés közeghatárokon	59
4.1. Sima közeghatár esete	59
4.2. Diffúz közeghatár esete	59
4.2.1. Lambert-féle felületek	59
4.2.2. Felületi diffúziós modellek	59
III. A fény észlelése	60
5. A szem felbontóképessége	61
5.1. A fényelhajlás hatása	61
5.2. A fotoreceptorok sűrűsége	62
5.3. A felbontóképesség számszerű jellemzése	63
5.4. Méretezési problémák	63
6. A fényességhez való alkalmazkodás	65
6.1. Folyamatok az érzékelősejtekben	65
6.2. A receptorok matematikai modellje	66
6.2.1. A sötéthez való alkalmazkodás	67
6.2.2. Alkalmazkodás külső megvilágítás esetén	69
6.2.3. A látásérzet egyensúlyi értéke	70
6.2.4. Látásérzet hirtelen fényerő-változáskor	71
6.3. Érdekességek	72
6.3.1. A Weber-törvény	72
6.3.2. Tetszőleges fényváltozások hatásai	73
7. A színlátás	74
7.1. A színlátás kvalitatív magyarázata	74
7.2. Alapgondolatok és -egyenletek	76
7.2.1. A csapok spektrális érzékenységi függvényei	77
7.3. Additív színrendszerek	78
7.3.1. Alapötlet	78
7.3.2. Matematikai megfogalmazás	78
7.4. Az RGB-rendszer és leszármazottai	80
7.4.1. A CIE 1931-es RGB-rendszere	80
7.4.2. A színtalálati függvény	81
7.4.3. A színtalálati függvények normálása, a színhőmérséklet	82
7.4.4. Az rg-színpatkó	84
7.4.5. Az XYZ-rendszer	86
7.4.6. A gamma-korrekció	87
7.5. A színtér (gamut)	88

7.6. Módosított RGB-rendszerek	90
7.6.1. Az sRGB-rendszer	90
7.6.2. Az Adobe RGB-rendszer	92
7.7. A szubtraktív színrendszerek	92
7.7.1. Egymásra festett átlátszó rétegek hatása	93
7.7.2. A raszteres árnyalás	94
7.7.3. A CMY és CMYK rendszerek	94
7.8. A szemhez illesztett rendszerek	96
7.8.1. A Munsell-féle színrendszer	97
7.8.2. A Coloroid-rendszer	99
7.8.3. A CIE Lab és Luv rendszerek	100
7.9. Egyszerűsített fényesség-színezet rendszerek	102
7.9.1. Az YPbPr és YCbCr-rendszerek	102
7.9.2. Az RGB-ből származtatott hsv és hsl rendszerek	103
7.10. A színelmélet műszaki alkalmazásai	103
7.10.1. Színes hardverek	103
7.10.2. Számítógépes képformátumok, tömörítési eljárások	106
7.10.3. Képfeldolgozás	107
7.11. Kérdések és feladatok	107
 IV. Függelék	 109
8. A térszög	110
9. A Dirac-delta függvény	113
 Tárgymutató	 114
 Irodalomjegyzék	 116

Bevezetés

Mindennapi életünk során a környezetünkől érkező információk túlnyomó többségét látással szerezzük be. Sokszor nem gondolkozunk el, milyen összetett is a folyamat, melynek során a fény segítségével észleljük környezetünk tárgyait, hanem eleve adottnak vesszük, hogy látásunkkal érzékeljük a környezet tárgyait, méretét, fényességét, színét, . . . , mindezt lényegében késleltetés nélkül több kilométeres távolságokon is. E folyamat csodálatos voltára leginkább akkor csodálkozunk rá, ha valamiért bele kell gondolnunk hiányába: rossz látási viszonyok, esti áramszünet vagy szembetegség hirtelen lehetetlenné teszi megszokott életvitelünket és igen nehéz közelítőleg is helyettesíteni valamivel látásunkat.

E könyv azt kívánja bemutatni, milyen fizikai folyamatok teszik lehetővé, hogy látásunkkal észleljük környezetünket. A jelenségek két fő része osztjuk:

1. Hogyan jut el a fény a szemünkig?

Ebben a fényforrásokról, a közegekben történő fényelnyelésről, -keletkezésről, -szóródásról, a közeghatárokon bekövetkező törési és visszaverődési jelenségekről lesz szó.

2. Hogyan dolgozzuk fel a szemünkbe érkező fényt?

Ez önmagában is igen bonyolult, hisz:

- a kép kialakulása optikai jelenség
- a kép **idegi impulzusokká** alakulása és azok terjedése (bio-)kémiai folyamat
- a szem részeinek vezérlése a **neurológia** tárgykörét érinti
- a kép feldolgozása az agyutató hatókörébe esik (és nem érthető meg a modern informatikai ismeretek nélkül).

⇐ idegi impulzusok

⇐ neurológia

Könyvünkben azokat a jelenségeket tárgyaljuk, melyek a fizika alapelvei alapján megérthető és főként műszaki területen nyernek alkalmazást.

Az előbbiekből válik érthetővé, miért nem „A látás fizikája” könyvünk címe. Ez ugyanis csak az előző kettő közül a másodikra utalna.

A könyv fő célközönségét a mérnök szakos hallgatók alkotják, de sokan mások is hasznosnak találhatják az itt leírtakat. Feltételezzük, hogy az olvasó birtokában van azoknak az alapozó matematikai és fizikai ismereteknek, melyek egy új rendszerű egyetemi alapképzési (BSc) vagy régi főiskolai mérnöki szak anyagában szerepelnek, tehát az analízis (differenciál- és integrálszámítás), optika, hullámtan nem ismeretlenek a számára. Ezek ismerete nélkül is kapható egy kép a vizuális észlelés során szerepet játszó fizikai folyamatokról, de a rendes megértés és gyakorlati alkalmazásuk nélkülük lehetetlen.

Az itt tárgyaltak alapján látásunk számos folyamatát jobban meg lehet érteni, ami alapján olyan, mérnöki területen is felbukkanó problémák is tárgyalhatók, mint pl.:

- Mi befolyásolja a láthatósági viszonyokat?
- Milyen a jó fényforrás egy terem megvilágítására?
- Milyen részletgazdagságú képeket tud felfogni a néző?
- Milyen információk hagyhatók el vagy vehetők számításba csak közelítőleg, ha a képeket tömörítve akarjuk tárolni?
- Milyen gyorsan alkalmazkodik a szem különböző megvilágítási viszonyokhoz?
- Hogyan lehet színes ábrázolást megvalósítani különféle eszközökkel és mik ezen módszerek korlátai?

Ezek és az ezekhez hasonló problémák felmerülnek pl. képtömörítési eljárások tervezésénél, terem világítási problémáknál, színes kamerák, monitorok és nyomtatók vizsgálatakor, és több olyan területen, amivel informatikus, villamosmérnök vagy mechatronikai mérnöki gyakorlatban találkozhatunk, de egyes részek más területen is hasznosak lehetnek.

I. rész

Alapismeretek

1. fejezet

Alapismeretek

Ebben a fejezetben összefoglaljuk azokat az alapismereteket, melyekről feltételezzük, hogy az olvasó már korábban hallott. Ennek megfelelően a részletekre nem térünk ki, csak utalunk arra, hol lehet részletesebben utánaolvasni a szükséges ismereteknek.

1.1. Optikai alapismeretek

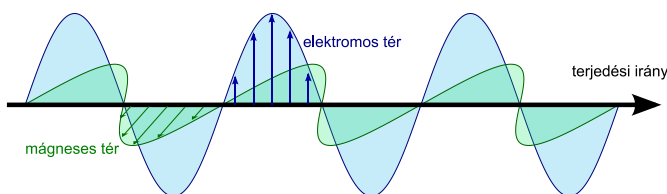
A **fény** igen összetett jelenség. Jelenlegi tudásunk szerint teljes leírását a kvantumelektrodinamika segítségével adhatjuk meg, azonban ha megengedünk némi pontatlanságot, akkor a hétköznapi gondolkozás számára könnyebben felfogható leíráshoz jutunk, mely a legtöbb esetben, így az itt tárgyaltakban is, elegendően pontos. ⇐ fény

A fény a jelenségek egy széles körében úgy viselkedik, mint egy elektromágneses hullám: terjedése során az elektromos és mágneses terek a tér egy adott pontjában rezgőmozgás-szerűen változnak. Más esetekben a fény viszont kis részecskékből, „fotonokból” álló nyalábhoz hasonló tulajdonságokat mutat. A teljes leírást adó kvantumelméletek szerint a fény sem nem tisztán hullám, sem nem részecske, hanem egy sajátos fizikai jelenség, melynek nincs pontos megfelelője a hétköznapi példák között, de az itt felmerülő értelmezési és matematikai problémák meghaladják könyvünk kereteit. Számunkra megfelelő azt a durva közelítést tenni, hogy ha a fény a makroszkopikus tárgyakkal való kölcsönhatás során (pl. egy lencsén való áthaladáskor) általában jól leírható, mint hullám, míg az atomi méretű objektumokkal való kölcsönhatás során a részecske természet dominál.

1.1.1. A fény, mint elektromágneses hullám

J.C. Maxwell az 1860-as években felírta az elektromos és mágneses terek változásait megadó alapösszefüggéseket. Ezek egyik igen fontos része az, hogy a változó elektromos tér mágneses, a változó mágneses tér pedig elektromos teret kelt és e két jelenség együtteséből az **elektromágneses hullámok** létezése következik. Az elméleti számítások azt mutatták, hogy egy egyenes vonalban terjedő elektromágneses hullám terjedése során a mágneses tér, az elektromos tér és a terjedési irány kölcsönösen merőlegesek egymásra. (1.1. ábra.) Az is kiderült, hogy létezik az egyenleteknek egy igen egyszerű megoldása, amikor egy adott időpontban a térerősségek helyfüggése szinuszos függvényvel írható le, és az idő telésével ezek a harmonikus hullámok terjednek tovább a terjedési irányba. Ez az egyszerű megoldás a hétköznapi életben a „fény sugarának”, precízebben a síkhullám formájában terjedő fénynek felel meg. ⇐ Maxwell, J.C.

Az elektromágneses hullámok **terjedési sebességére** az elmélet mintegy $3 \cdot 10^8$ m/s-os értéket adott, ami megegyezik a fény vákuumbeli terjedési sebességével: ez volt az első fontos érv a fény elektromágneses elmélete mellett. Az is kiderült azonban a számításokból, hogy a ⇐ elektromágneses hullám
⇐ terjedési sebesség



1.1. ábra. Elektromos és mágneses tér egy fénysugárban

fényhez hasonló, csak attól frekvenciában és ezért hullámhosszban is eltérő elektromágneses hullámok is létezhetnek. A látható fényhez közeli tartományokban erre már korábban is voltak kísérleti eredmények, így ismerték a „hősugárzást” (infravörös) és az un. „kémiai sugárzást”¹ (ultraibolya), de Maxwell elmélete rámutatott, hogy sokkal tágabb tartományokban is léteznek elektromágneses hullámok. A rádióhullámokat és a röntgensugárzást még az 1800-as években fel is fedezték és mára ezek a mérnöki gyakorlat számtalan területén fontos alkalmazást nyertek.

⇐ hősugárzás
⇐ infravörös sugárzás
⇐ ultraibolya sugárzás
⇐ rádióhullámok
⇐ röntgensugárzás

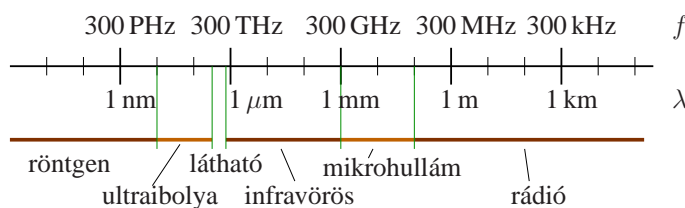
Kiderült tehát, hogy a fény csak egy igen szűk tartományát jelenti az elektromágneses hullámok tág családjának. Légüres térben mindegyikük a fény sebességével megegyező, $c = 299\,792\,458 \approx 3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjed és csak hullámhosszuk tér el. Mivel a ν frekvencia a c terjedési sebességből és a λ hullámhosszból a közismert

⇐ frekvencia
⇐ hullámhossz

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.1)$$

összefüggéssel kiszámolható, ezért az eltérő hullámhossz eltérő frekvenciát is jelent.

Az elektromágneses hullámok között a látható fény egy igen kis sávot, a $3,8 \cdot 10^{-7}$ m és $7,6 \cdot 10^{-7}$ m, azaz a 380 nm és 760 nm közötti hullámhossztartományt jelenti (ezt érzékeli szemünk). Ez a két határérték többé-kevésbé pontosan rögzített a szemünk érzékenységének adott volta miatt, de a többi tartomány határa teljesen önkényesen, csak történeti okokból eredően lett meghatározva. (És sokszor ezeken belül további sávokat különböztetnek meg pl. a rádiózásban.) Az elektromágneses spektrum fő tartományait az 1.2. ábrán mutatjuk be.



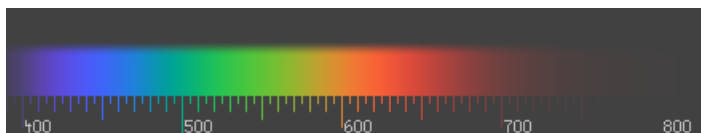
1.2. ábra. Az elektromágneses spektrum

A látható tartományban a különböző hullámhosszaknak a tiszta színek (amiknek jó közelítését a hétköznapi színeiből ismerhetjük) felelnek meg: a mélyvörös a leghosszabb, az ibolya a legrövidebb hullámhossznak. Ezt szemlélteti az 1.3. ábra.

⇐ tiszta szín

Ez az ábra úgy készült, hogy egy átlagos monitoron a lehető leghűbben adja vissza a tiszta színek érzetét, ami természetesen nem lehet tökéletes, de jó tájékoztatást ad.

¹ A ma ultraibolya sugárzásnak nevezett jelenséget először kémiai reakciókat kiváltó hatása alapján érzékelték.



1.3. ábra. A látható spektrum és a fény hullámhossza nanométerben. (Forrás: Wikipédia)

Ez az ábra egyben azt is szemlélteti, hogy a fent említett 380 és 760 nm-es határok kissé önkényesek, mert az emberi szem érzékenysége a látható tartomány széle felé fokozatosan csökken a 0-ra, így ezeken a hullámhosszakon már jóval gyengébb az észlelés mint középen, 550 nm körül.

A tiszta színek tehát folytonosan mennek át egymásba, mégis szokás ezeket hétköznapi nevekkal illetni, ami megfelel az átlagos emberi érzékelésnek. Ezt mutatja be az 1.1. táblázat.

szín neve	közelítő hullámhossz
ibolya	430–380 nm
kék	500–430 nm
ciánkék	520–500 nm
zöld	565–520 nm
sárga	590–565 nm
narancs	625–590 nm
vörös	760–625 nm

1.1. táblázat. A főbb tiszta színek hullámhossztartománya

A nem tiszta színek, mint pl. a lila vagy a barna több hullámhossz keverékéből állíthatók elő. Ezzel az összetett jelenségkörrel a jegyzet későbbi, színelméleti fejezete foglalkozik részletesen.

Mivel a látható fény hullámhossza kisebb, mint 1 ezredmilliméter, a hétköznapi méretű tárgyak pedig ennél sokkal nagyobbak, a hullámtulajdonságból következő jelenségek, mint pl. a fényelhajlás általában elhanyagolhatók, azaz van értelme egyenes vonalban terjedő fénysugarakkal közelíteni a fényt, és a fény hullámhossza csak a szín meghatározásánál jut szerephez.

1.1.2. A fény részecske természete

Atomi méretskálákon a fény sokszor viselkedik úgy, mint egy kis golyó, mely jól meghatározott és csak a frekvenciától függő energiával, lendülettel és tömeggel rendelkezik. A fény ilyen elemi részeit **fotonnak** nevezzük.

← foton

A fotonok paramétereit a szokásos jelölésekkel az alábbi formulák alkalmazásával tudjuk meghatározni.

A foton energiája:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (1.2)$$

ahol $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js a Planck-állandó.

A foton tömege:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} \quad (1.3)$$

A foton lendülete:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c} \quad (1.4)$$

A látás esetén a fény részecske természete csak ritkán játszik szerepet, ezért a téma további tárgyalását mellőzzük.

1.1.1. példa: Zöld fény esetén kb. mekkora a fotonok hullámhossza, energiája, tömege és lendülete?

Megoldás: A fenti 1.1. táblázat szerint a zöld tartománya 520 és 565 nm közt található. Vegyük ennek közepéről az 540 nm-es közepes értéket, tehát $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-7}$ m.

(1.1) szerint a frekvencia:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 5,56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

(1.2) szerint:

$$E = h\nu = 3,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

(1.3) alapján:

$$m = \frac{E}{c^2} = 4,09 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

(1.4) szerint pedig a lendület:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1,23 \cdot 10^{-27} \text{ kg m s}^{-1}$$

Ezek az értékek mind a közvetlenül érzékelhető tartományon kívül esnek. A rezgések túl gyorsak, az energia, tömeg és lendület túl alacsony ahhoz, hogy érzékszerveinkkel egyetlen fotont ahhoz hasonlóan érzékeljünk, mint pl. egy porszemet vagy egy muslicát.

1.1.2. példa: Egy fényforrás az előző példabeli zöld fotonokat sugározza $P = 0,1$ W teljesítménnyel. Másodpercenként hány foton hagyja el? Hány foton jut be másodpercenként egy szemünkbe, ha pupillánk 8 mm átmérőjű, merőlegesen nézünk a fényforrásra és tőle $r = 100$ m-re állunk?

Megoldás: A teljesítmény számszerű értéke megadja az 1 s alatt kibocsátott energiát, így az 1 s alatti fotonok száma:

$$N = \frac{P}{E} = 2,72 \cdot 10^{17}$$

Ha a lámpa egyenletesen sugároz a tér minden irányába, akkor úgy vehetjük, mintha fotonjai egyenletesen oszlanának el egy r sugarú gömb felszínén, és ebből a nagy gömbből egy kicsi, 8 mm átmérőjű, kör alakú rész az, amin keresztül a fény a szemünkbe jut. Ezért az előző N értéknek annyiad része jut szemünkbe, ahányad része a 4 mm sugarú kör felülete az $r = 100$ m sugarú gömb felszínének:

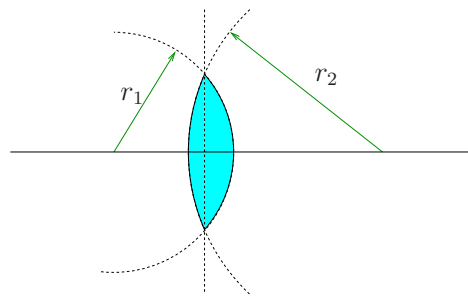
$$n = N \cdot \frac{(4 \text{ mm})^2 \pi}{4\pi(100 \text{ m})^2} = 1,09 \cdot 10^{10}$$

Meglepő, hogy még ilyen kis teljesítmény esetén és nagy távolság esetén is ilyen nagy a fotonszám. Ez a magyarázata annak, hogy szemünkkel nem érezzük közvetlenül a fény darabosságát.

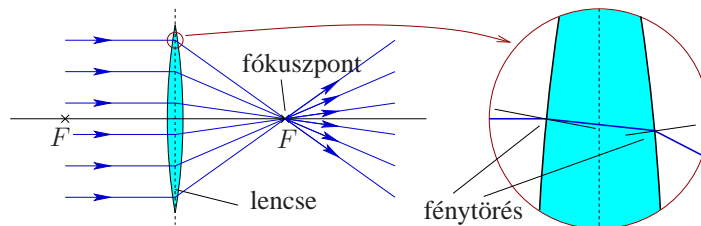
1.1.3. A lencsék képalkotása

A lencsék képalkotásának tárgyalása minden alapozó optika kurzus tananyagában benne van, \Leftarrow lencse így itt csak a legfontosabb ismereteket foglaljuk össze bizonyítás nélkül.

A hétköznapi lencsék általában sokkal nagyobb méretűek a fény hullámhosszánál, így működésük fő jellemzői megérthetők a geometriai optika alapján, azaz úgy, hogy a fényt olyan sugarakból állónak képzeljük, melyek homogén közegben egyenes vonalban mozognak és csak közeghatáron verődnek vissza vagy törnek meg a Snellius-Descartes-törvény szerint. \Leftarrow Snellius-Descartes-törvény



1.4. ábra. Domború lencse görbületi sugarai



1.5. ábra. Domború lencse fénygyűjtő képességének magyarázata

Első közelítésben a lencsék olyan átlátszó anyagból készült testek, melyeket két göbbsüveg határol, ahogy azt az 1.4. ábrán láthatjuk. Leggyakoribbak a mindkét oldalukon domborodó lencsék, és ezek a töréstörvény miatt könnyen beláthatóan úgy törik meg a beérkező párhuzamos fénysugarakat, hogy azok összetartóak lesznek. Ezt szemlélteti az 1.5. ábra.

A számítások szerint a domború lencsék a tengelyükkel párhuzamosan beérkező fénysugarakat a túloldalon egy jól meghatározott pontba, a **fókuszpontba** gyűjtik össze. A lencse fontos paramétere a **fókusz távolság**, ami a fókuszpont és a lencse távolsága. Ez a paraméter a lencse környezethez viszonyított n törésmutatójából és a lencsét határoló két göbbsüveg görbületi sugarából határozható meg:

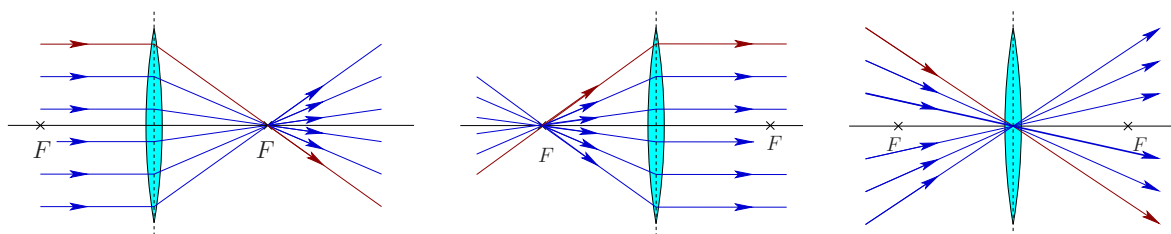
⇐ fókuszpont
⇐ fókusz távolság

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.5)$$

A tengellyel párhuzamosan érkező sugarak tehát a fókuszpontban találkoznak, de azt is tudjuk, hogy egy pontszerű fényforrásból kiinduló, és a lencsét elérő sugarak a törés után vagy újra egy pontban találkoznak (valódi képalkotás), vagy úgy mennek tovább, mintha egy pontból indultak volna (látszólagos képalkotás).

A képalkotás szerkesztésére az elemi optika a **nevezetes sugármenetek** fogalmát vezeti be. Gyors ismétlésként álljon itt ezek szöveges ismertetése és szemléltető ábrája. (Lásd az 1.6. ábra.)

⇐ nevezetes sugármenetek



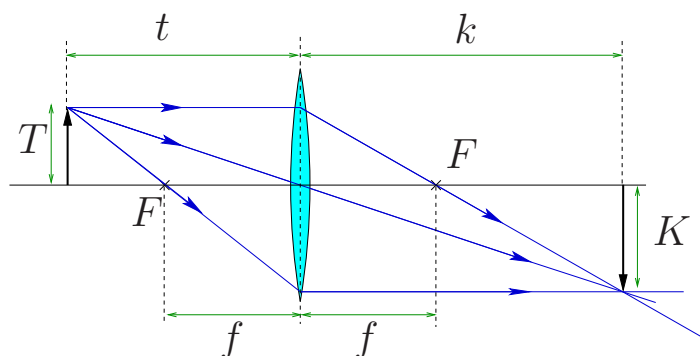
1.6. ábra. Gyűjtőlencse nevezetes sugármenetei.

1. A gyűjtőlencse tengelyével párhuzamosan érkező fénysugarak a lencse után a fókuszponton fognak áthaladni.
2. A gyűjtőlencse fókuszpontjának irányából érkező (a fókuszponton átmenő) fénysugarak a lencse után a tengellyel párhuzamosan fognak haladni.
3. A gyűjtőlencse középpontján áthaladó fénysugarak az eredeti irányban haladnak tovább.

Az 1.7. ábrán egy olyan tárgy képét szerkesztettük meg, amely távolabb van a lencsétől, mint a fókusz távolság: ilyenkor valódi képet kapunk. Itt az alábbi jelöléseket használjuk:

- **fókusz távolság:** f ; a fókuszpontok és a lencse távolsága,
- **képtávolság:** k ; a kép és a lencse távolsága,
- **tárgytávolság:** t ; a tárgy és a lencse távolsága,
- **képméret:** K ; a kép mérete,
- **tárgyméret:** T ; a tárgy mérete.

⇐ fókusz távolság
⇐ képtávolság
⇐ tárgytávolság
⇐ képméret
⇐ tárgyméret



1.7. ábra. Domború lencse valódi képalkotása, szokásos jelölések.

Bebizonyítható, hogy

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t} \quad (1.6)$$

és

$$\frac{K}{T} = \frac{k}{t}. \quad (1.7)$$

Szokás az $N = K/T$ hányadost a rendszer **nagyításának** is nevezni.

⇐ nagyítás

A valódi képet alkotó eset adja több optikai rendszer működésének elvét. Így működik pl. a vetítógép és a fényképezőgép. Mindegyik esetben a tárgyról lencse segítségével alkotunk valódi képet, a vetítógépnél ez egy vásznon történik meg, mely szétszórja a fényt, hogy minden irányból látható legyen a kép, a fényképezőgépnél pedig a kép egy fényérzékeny területre jut, ahol a hagyományos filmek esetén kémiai változásokat, a digitális fényképezőgépek esetén elektromos változásokat hoz létre, amit aztán a megfelelő módon fényképpé alakítunk. Szemünkben pedig a szemlencse alkot valódi képet, amit a szemünk hátsó részén levő ideghártya (retina) alakít agyba menő elektromos impulzusokká.

Amennyiben $t < f$, látszólagos képet kapunk, mely az előzőhöz hasonló módon megszerkeszthető, de ez az eset nem fontos a látás fizikájában, ezért itt nem tárgyaljuk.

1.1.3. példa: Egy fényképezőgép objektívje 35 mm fókusz távolságú, objektívátmérője 10 mm. Először egy távoli hegyet fényképezünk le, melyről teljesen éles képet kapunk. Ehhez a helyzethez képest mennyivel kell az objektívet eltávolítani a fényérzékelőtől (film vagy CCD), ha egy 2 m-re levő tárgy éles képét szeretnénk előállítani? Mekkora foltba kenődik szét a 2 m távolságra levő pontszerű fényforrás képe, ha ezt az élesre állítást elfelejtjük megtenni és gépünk a végtelenre fókuszálva marad?

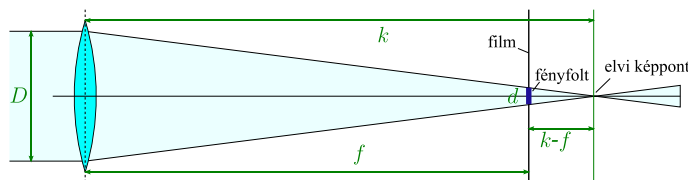
Megoldás: A „végtelen távoli”, pontosabban a fókusz távolságnál több nagyságrenddel messzebbi tárgyak képe épp fókusz távolságban képződik, azaz kezdetben az objektív épp $f = 35$ mm-re van a filmtől (vagy CCD-től).

$t = 2$ m esetén viszont a kép olyan k távolságra képződik, melyre (1.6) teljesül, így

$$k = \frac{1}{1/f - 1/t} = 0,03562 \text{ m} = 35,62 \text{ mm}$$

Ez 0,62 mm-rel nagyobb, mint f , tehát az első kérdésre a válasz: 0,62 mm-nyit kell az objektívet eltávolítani a végtelenre fókuszált helyzethez képest, ha a 2 m-re levő tárgy éles képét karjuk előállítani.

A második kérdés megválaszolásához azt kell meggondolnunk, hogy a film helyzetétől függetlenül az előző $k = 0,03562$ m távolságban képződne a kép a lencsétől, de a film nem itt van, hanem pontosan $f = 0,035$ m-nyire, azaz itt még nem tudtak találkozni a sugarak.



1.8. ábra. Életlen kép keletkezése „végtelenre állított” fényképezőgépben.

Az 1.8 ábra szerint az elvi képpont (ami a film mögött van) két, egymáshoz hasonló egyenlő szárú háromszög csúcsa, melyek alapjai a filmen illetve a lencsénél vannak. Ezek hasonlóságát felírva megkaphatjuk a filmen képződő folt d méretét: ($D = 0,01$ m, az objektív átmérője.)

$$\frac{d}{D} = \frac{k - f}{k} \quad \Rightarrow \quad d = D \frac{k - f}{k} = 0,000175 \text{ m}$$

A filmen tehát az életlen beállítás miatt majdnem 0,2 mm-es foltta mosódik el egy pont képe. Ez igen jól látható lesz, amikor a képet megjelenítjük (felnagyítjuk a filmet vagy monitoron nézzük a digitális képet), hisz ez a foltméret olyan α látószögnek felel meg, melyre $\tan \alpha = d/f$, azaz $\alpha = 0,29^\circ$, ami majdnem a telehold szögmérete.

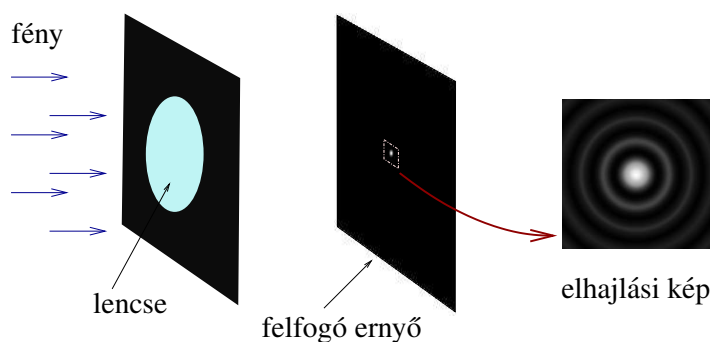
1.1.4. A fényelhajlás hatása

Mint fentebb említettük, a fény hullámtulajdonságából fakadó fényelhajlás viszonylag kis szerepet játszik a látás fizikájában. Mégis röviden meg kell említeni ennek hatását.

A hullámok egy része a rések szélén eltér eredeti irányától, ami egy lencse esetén azt eredményezi, hogy még tökéletesen pontosan csiszolt forma esetén sem teljesül, hogy a párhuzamos fénysugarak teljesen a fókuszpontba gyűlnek össze. Ehelyett egy, a fókuszpont környékén elkent alakzatot kapunk, melyben a fény túlnyomó többsége a középpont körüli kis korongba, az ún. **Airy-korongba** koncentrálódik, melyet egyre halványodó koncentrikus körök vesznek körül, ahogy azt az 1.9. ábra mutatja.

⇐ Airy-korong

Ezt a jelenséget azzal a szöggel szokás jellemezni, amely az eredeti iránytól való eltérést mutatja meg: esetünkben erre azt a szöget választják, amely a lencse közepéből az elhajlási



1.9. ábra. Lencse szélén létrejövő fényelhajlás hatása.

kép első sötét köréhez (az Airy-korong széléhez) és a kör középpontjához húzott egyenesek szöge. A számítások szerint erre a φ szögtávolságra igaz, hogy

$$\sin \varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (1.8)$$

ahol D a lencse átmérője, λ a fény hullámhossza.

A gyakorlatban jó közelítés, ha azt tételezzük fel, hogy a fényelhajlás a lencsén átmenő fényt az előbbi formulából számolható φ szöggel szórja szét. (Azaz a halvány, koncentrikus körök hatását elhanyagoljuk.) E szög szokásos elnevezése: **felbontóképesség**.

⇐ felbontóképesség

A felbontóképesség szerepe igen könnyen belátható: ha a lencsétől nézve két fényforrás iránya ennél kisebb szöggel tér el, Airy-korongjaik összeérnek, így a képen a két fényforrás képe összemosódik. Ezt a jelenséget a szem esetén a későbbiekben részletesen tárgyaljuk.

1.1.4. példa: Egy digitális fényképezőgéppel 2 megapixeles képeket szeretnénk alkotni, 4:3 oldalarányal. Legalább mekkora objektívátmérő szükséges, ha azt akarjuk, hogy a fényelhajlás hatása ne életlenítse el a képet, azaz az Airy-korongok mérete a pixelméretnél kisebb legyen, ha a látómező nagyobbik mérete 50° -os?

Megoldás: Legyen a kép hosszabbik oldala mentén R_x , rövidebbik mentén R_y pixel. Tudjuk, hogy $R_y = 3/4 R_x$ és hogy $R_x \cdot R_y = 2\,000\,000$. Ezekből könnyen kiszámolható, hogy:

$$R_x \approx 1633$$

Ha a gépünk nem torzít, akkor az 50° -os látómező erre az 1633 részre van felosztva, azaz egy pixelnek $50/1633 = 0,0306^\circ$ felel meg.

A lehető legkisebb objektív esetén a (1.8) szerinti φ szög ennek fele, mert ekkor lesz az Airy-korong épp egy pixelnek megfelelő méretű. Így:

$$\sin 0,0153^\circ = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad D = 4565,9\lambda$$

Akkor nem lesz látható az éltelenedés, ha ez minden hullámhosszra teljesül, azaz a legnagyobb is, amit a látható tartomány széléből 760 nm-nek vehetünk.

A minimális objektívátmérő így:

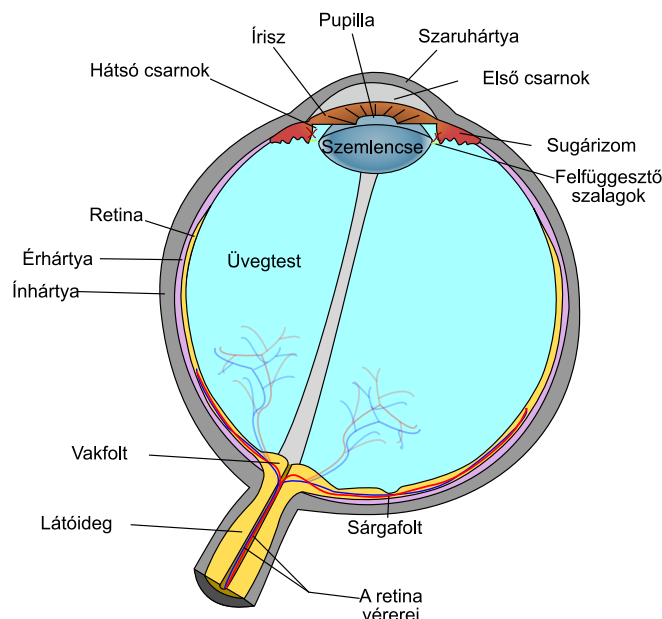
$$D = 0,0035 \text{ m}$$

azaz kb. 3,5 mm.

Tehát kb. 3,5 mm a minimális objektívátmérő egy 2 megapixeles fényképezőgép esetén. Ez nagyjából a mobil telefonokba beépíthető kamerák esete.

1.2. Biológiai alapismeretek

1.2.1. A szem vázlatos felépítése



1.10. ábra. A szem vázlatos szerkezete

Az emberi szem szerkezete igen összetett. A legfontosabb részek vázlatát a ???. ábra tartalmazza. Sok része lát el kifejezetten biológiai jellegű funkciót, mint pl. a vérerek. Ezek *könyvünk szempontjából* nem érdekesek, így nem térünk ki rájuk.

A képképzés szempontjából legfontosabb részek a következők:

- **Szemlencse.**

A szemlencse domború lencseként viselkedve valódi képet alkot a fókusz távolságánál távolabb levő tárgyakról. E kép vetül a szemgolyó „hátsó” részén levő ideghártyára (retina), ahol idegi impulzusokká alakul.

⇐ szemlencse

- **Ideghártya (retina)**

A retina vagy tele van fényérzékelő idegvégződéssel. Itt nemcsak a fényjelek idegi elektromos impulzusokká való átalakítása zajlik, hanem a többrétegű hátyában bizonyos előfeldolgozás is megtörténik.

⇐ ideghártya

⇐ retina

- **Szívárványhártya (írisz)**

A szemlencse előtt egy változtatható méretű nyílást hoz létre, amit **pupillának** nevezünk. A nyílás méretének változtatása a fényességhez való alkalmazkodás egyik legfontosabb eszköze: világosban kisebb, sötétben nagyobb a pupilla átmérője.²

⇐ szivárványhártya

⇐ írisz@írisz

⇐ pupilla

A szem leképezési rendszere tehát igen hasonlít egy fényképezőgéphez: a szemlencse az objektívnek, a retina a CCD-nek³, a szivárványhártya a rekesznek (blende) felel meg. Ez a hasonlat egy műszaki ember számára segíthet a megértésben, de a különbségek jelentősek:

²A szivárványhártya az a körgyűrű, aminek színe alapján jelentjük ki egy szemről a hétköznapiakban, hogy kék vagy barna.

³CCD = Charge Coupled Device; ez alakítja elektromos jellé a képet a digitális fényképezőgépekben.

- a szemlencse rugalmas anyagból van, és az azt felfüggesztő izmok feszítettségével annak fókusz távolsága szabályozható, hogy a vizsgált tárgy képe a retinán éles legyen;
- a retinán az érzékelősejtek nem egyenletes sűrűséggel helyezkednek el;
- az érzékelősejtekben speciális kémiai reakció zajlik, ami lassabb válaszidejű, mint egy elektronikus érzékelőbeli folyamat, de sokkal tágabb tartományban képes működni.

Ezekről könyvünkben részletesen szólunk.

A szemgolyó hossz mérete a legtöbb felnőtt esetében 24 mm körüli.

1.2.2. A retina

A szemlencse által alkotott képet a **retina** alakítja idegi elektromos jellé, ami aztán az agyba jut. Ez a folyamat igen összetett és sok részlete tisztázásra vár még. Az biztos, hogy a retina működésének fő vonásait ismerjük és ez elegendő könyvünk szempontjából. ⇐ retina

A retina szerkezete több rétegből áll, mely a legfelső részébe felnyúló **fényérzékeny sejteket**, un. **photoreceptorokat**, a mélyebb rétegekben pedig ezeket több irányban összekötő idegi kapcsolatokat tartalmaz. (És természetesen sok, az életműködéshez szükséges dolgot, pl. véreket.) A beérkező fotonok a fotoreceptorokban kémiai reakciót váltanak ki, ami a mélyebb rétegekben több lépcsőben idegi impulzussá alakul, és ezek az itt levő idegi kapcsolatok által egy előfeldolgozáson mennek keresztül, és az így keletkező jel jut el az agyba. ⇐ fényérzékeny sejt
⇐ fotoreceptor

A fotoreceptorok két fő fajtája a **pálcikák** és a **csapok**. ⇐ pálcika

A csapoknak köszönhetjük a színes látást, mert 3 fajtájuk van és ezek a különböző hullámhosszakra máshogyan érzékenyek. A csapok a halvány fényeket nem érzékelik, viszont elég nagy megvilágításig működőképesek maradnak. Látómezőnk közepén sűrűsödnek és a nappali látást lényegében ezeknek köszönhetjük. Az átlagos emberi szemben mintegy 8 millió található belőlük. ⇐ csap

A pálcikák ezzel szemben azonos módon érzékenyek a különféle hullámhosszakra, így színinformációt nem adnak, igen nagy hatékonysággal észlelik a kis intenzitásokat is, de nappali megvilágításnál jelük telítésbe megy át. A pálcikák nem a látómező közepén, hanem annak 5–15°-os környezetében helyezkednek el a legsűrűbben. Alacsony megvilágítás mellett dominál a hatásuk. Számuk lényegesen nagyobb, mint a csapoké: 120 millió körül van.

A csapok és pálcikák jelei nem közvetlen jutnak el az agyba: ehhez kicsi a közvetítő idegköteg és az agy feldolgozó kapacitása is. Ezért a retina maga is egy kis előfeldolgozást végez: pl. a mélyebb rétegekben a keresztirányú összeköttetések képesek észlelni a szomszédos területek intenzitás-különbségét és így egy egyszerű „élkeresést” megvalósítani, ami azt eredményezi, hogy a nagy, egybefüggő, egyszínű területek által generált jelek nagy része már el sem jut az agyba, míg az erős intenzitásváltozások helyéről (amik a gyakorlatban sokszor a tárgyak szélén találhatók) részletes információt kapunk. Hasonlóképp a mozgásra is érzékenyek ezek a kapcsolatok. E területen még sok felfedezni való van a biofizikusok előtt, de a digitális képfeldolgozás is profitálhat az itt folyó kutatásokból.

1.2.3. Élesre állás

Akkor kapunk éles képet egy tárgyról, ha egy pontjáról kiinduló fénysugarak a retina egy pontjában gyűlnek össze. Mivel a szemgolyó geometriája adott, azaz a lencse és a retina közti k képtávolság rögzített érték, a lencsék leképezési törvénye, azaz (1.6) szerint a szemlencse f fókusz távolságát kell megváltoztatni, hogy a különböző t távolságra levő tárgyakról éles képet kapjunk. Ez úgy történik meg, hogy a rugalmas anyagú szemlencsét felfüggesztő izmok, az un. **sugárizmok** változtatják feszítettségüket, ez által a szemlencse oldalainak görbületi sugarát, ami (1.5) szerint a fókusz távolság változtatását eredményezi. ⇐ sugárizom

Az átlagos, egészséges felnőtt emberi szem esetén $t_{min} = 25$ cm az a legkisebb távolság, amelyre levő tárgyról éles képet tudunk kapni. Ezt az értéket szokás a **tisztánlátás távolsága** \Leftarrow tisztánlátás távolsága nevezni. Jó szem esetén a tárgytávolságnak nincs maximuma, azaz $t > t_{min}$ esetén képesek vagyunk éles képet alkotni.

A szemlencse előregedése, az felfüggesztő izmok saját vagy vezérlési problémái oda vezethetnek, hogy a kis vagy nagy távolságok esetén lehetetlenné válik az élesre állás. Ezek a leggyakoribb szemproblémák, és ezek megfelelően választott gyűjtő- vagy szórólencse, mint szemüveg segítségével egyszerűen korrigálhatók.

Az élesre állás nem egyszerű folyamat: csecsemőkorban történik meg az ehhez tartozó reflexek kialakulása, mely lehetővé teszi, hogy a látott kép, a két szem tengelyének állása és részben szándékaink alapján feszüljenek meg sugárizmaink.

Ezek a mindennapi életben jól bevált reflexek néha azt eredményezik, hogy számunkra újszerű optikai műszerbe belenézve az első pár alkalommal nem látunk élesen. Előfordulhat ugyanis, hogy mondjuk egy két benéző nyílású műszerben a látszólagos kép viszonylag közel van a szemhez, szemtengelyünket mégis párhuzamosan kell állítani, ahogy az normál esetben az igen távoli tárgyaknál szükséges. Kis gyakorlással az ilyen helyzetekhez is könnyen alkalmazkodhatunk, de első pillantásra néha zavaró lehet a látvány.

1.2.1. példa: Egy ember szemlencséje 24 mm-re van retinájának közepétől. Mekkora a szemlencse fókustávolsága, ha nagyon távolra, illetve ha a fenti $t_{min} = 0,25$ m-re áll élesre?

Megoldás: Nagyon távolra való fókuszáláskor a képtávolság épp a fókustávolság, így ekkor a szemlencsének 24 mm-es fókustávolságúnak kell lennie.

Mivel a szem esetén $k = 0,024$ m rögzített, ezért a minimális tárgytávolságnál a fókustávolságnak ennél kisebbnek kell lennie. (1.6) szerint:

$$\frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t_{min}} \quad \Rightarrow \quad f_{min} = \frac{1}{1/k + 1/t_{min}} = 0,0219 \text{ m}$$

A nagyon közeli tárgyak esetén tehát a 24 mm-ről mintegy 21,9 mm-re kell csökkenteni a szemlencse fókustávolságát.

1.2.4. A **térlátás**

\Leftarrow térlátás

A retinán keletkező kép kétdimenziós, az agyunk mégis három dimenziós képet alkot a látottakról. Ebben a következő fő hatások játszanak szerepet:

- A két szem által alkotott képek közti eltérés.
Ez a legfontosabb hatás: egy szemmel csak sokkal pontatlanabb távolságbecslés végezhető. E jelenség magyarázata igen egyszerű: a szemeink közti távolság miatt kicsit más irányból nézzük a tárgyakat, így a közeli és távoli tárgyak egymáshoz képest kicsit más helyen látszanak a két retinán. Ebből a különbségből a távolságinformáció tapasztalati úton visszanyerhető.
A jelenséget ki is lehet használni térhatású képek készítésére: ha egy megfelelő szerkezet gondoskodik róla, hogy a két szembe olyan, kicsit eltérő kép jusson, mint amit valódi tárgyak esetén látnánk, agyunk térbeli képet érzékel.
- A szemlencse fókustávolsága.
A fentiek szerint a tárgyak távolságához szemlencsénk alkalmazkodik, hogy éles képet kapjunk a retinán. Ezt is felhasználja az agy a távolság becslésére, bár ez lényegesen pontatlanabb, mint az előző hatás.

- A szemtengelyek iránya.
Közeli tárgyak esetén a szemtengelyek erősebben összetartanak, igen távoliak esetén lényegében párhuzamosak, hogy a megfigyelt tárgy képe a két retina azonos helyére essen.
- Az agy által alkotott modellek.
Élettapasztalatunk alapján agyunk a látottakat egyből értelmezi, és ebből is születik távol-ságinformáció. Pl. vezetéskor tapasztalatból tudjuk, mekkora egy átlagos személyautó szélessége, így ha szembe jön egy jármű, látszó szögmérete alapján megbecsülhető a távolsága. Ezek az értelmezésen alapuló távolság-becslések sokszor jól működnek, de igen megtévesztőek lehetnek új helyzetekben.

1.2.2. példa: Becsüljük meg, milyen távolságig működik a két szemmel való térlátás, ha a szemek távolságát 12 cm-nek vesszük és azt feltételezzük, hogy a két kép közti különbség meglátáshoz elegendő 1' szögeltérés is.

Megoldás: Merőleges rálátás esetén egy olyan egyenlő szárú háromszög magasságát kell meghatározni, melynek alappal szemközti szöge 1', alapja 12 cm.

Elemi geometriai megfontolásokkal:

$$h = \frac{6 \text{ cm}}{\tan(1'/2)} = 412,5 \text{ m}$$

A térlátás határa természetesen nem köthető egy pontos értékhez, az azonban ebből látszik, hogy 400–500 m körüli tárgyak azok, melyeket még épp térbelinek láthatunk.

1.2.5. Alkalmazkodás a megvilágításhoz

A megvilágításhoz való alkalmazkodás jól látható módszere a **pupillaméret** változtatása. Egy \Leftarrow pupillaméret átlagos felnőtt 2 és 8 mm között 1–2 s alatt automatikusan állítja ezt.

A jelenség igen jól megfigyelhető: világos szobában álljunk szembe egy tükörrel, majd egyik szemünket csukjuk le és tenyerünkkel is takarjuk le, hogy egy kis fény se érje. Kb. 10 s várakozás után hirtelen kinyitva és kitakarva szemünket, a tükörben jól megfigyelhető, hogy a pupillaméret fokozatosan összeszűkül.

A fényességhez való adaptáció kevésbé nyilvánvaló eszköze a **fotoreceptorok** belsejében \Leftarrow fotoreceptor rejlik. Ennek lényege, hogy szervezetünk egy speciális molekulát, **rodopszint** termel, ami \Leftarrow rodopszin megvilágítás nélkül a fotoreceptorokban felhalmozódik, de fény hatására a molekulák bomlanak, elindítva azt a folyamatot, aminek végén elektromos idegi jel indul a retinánk mélyebb rétegeibe.

Szervezetünk közel állandó rodopszin-termelése és a rodopszin-molekulák spontán bomlása azt eredményezi, hogy erős külső megvilágításnál egy alacsony, sötétben pedig egy magasabb egyensúlyi értékre áll be fotoreceptoraink rodopszin-szintje. Ez viszont azt is jelenti, hogy pl. sötétben sok a rodopszin retinánk sejtjeiben, így érzékenyebb a szemünk, világosban a kevés rodopszin kis érzékenységet jelent.

A fotoreceptorok itt említett alkalmazkodásáról könyvünk egy későbbi fejezetében részletes modellt adunk.

1.2.6. Kérdések és feladatok

Elméleti kérdések:

1. Rajzolja fel az emberi szem keresztmetszetét, feltüntetve az alábbi részeket: szemlencse, szivárványhártya, retina, sárgafolt, vakfolt.

2. Kb. milyen határok között változik egy egészséges ember pupillájának átmérője? Mikor veszi fel a legkisebb méretet?
3. Miért csak igen nehezen látjuk meg a csillagok színét?
4. Az egyik gyakori szemhiba az, hogy szemlencsénk nem tud kellően lapos formát felvenni. Milyen tárgyak élesre állását nehezíti ez meg? Milyen szemüveggel korrigálható ez a hiba?
5. Adjon meg legalább két okot, amiért egy egyik szemére vak ember autóvezetéskor nagy hátrányban van a két ép szemmel rendelkezőkhöz képest!

1.3. A fotometria alapjai

1.3.1. Bevezetés

A fény erősségéről mindenkinek vannak tapasztalatai szobák megvilágítása, esti, szabadban történő séta és hasonló események kapcsán. Fényképezés során pedig bizonyos számszerű értékkel is találkozhat mindenki. Ebben a fejezetben megismerjük, hogyan lehet a fény erősségét számszerűen jellemezni. Kiderül, hogy a téma nem is olyan egyszerű, mint gondolnánk, mert egyrészt bonyolult leírni a fény állapotát egy adott helyen, másrészt gyakorlati szempontok miatt nem csak a fény által szállított összenergiára energiára lehetünk kíváncsiak, hanem arra is, milyen erős **fényérzetet** okoz ez az emberi szemben.

⇐ fényérzet

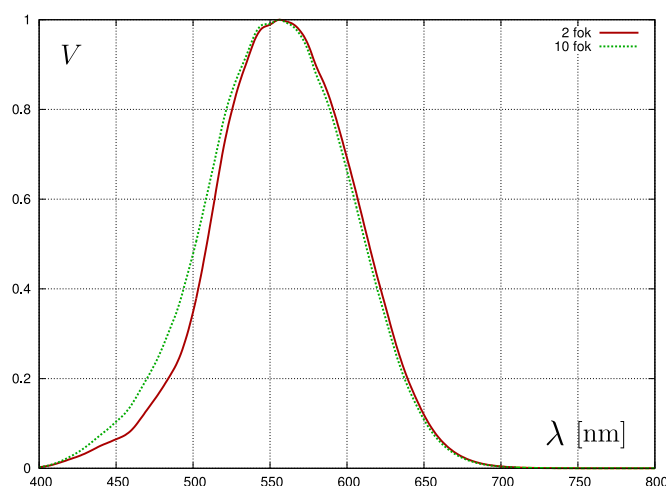
Vannak esetek, amikor a fény által szállított össz energia jellemzői az érdekesek, ekkor **radiometiráról** beszélünk, míg ha a fényérzetet leíró fogalmakat a **fotometria** gyűjtőnévvel jelöljük. A továbbiakban a radiometriai mennyiségeket e , a fotometriaiakat v indexszel fogjuk jelölni.

⇐ radiometria

⇐ fotometria

Az emberi szem fényérzetének számolásához szükséges, hogy a ismerjük, mennyire érzékeny szemünk az egyes hullámhosszakra. Jelölje $V(\lambda)$ az ezt meghatározó, ún. **spektrális érzékenységi függvényt**. Tehát $V(\lambda)$ megmutatja, mennyire érzékeny szemünk az adott hullámhosszúságú fényre: láthatjuk az 1.11. ábrán, hogy pl. nappali fényben az 550 nm környékén a legérzékenyebb a látásunk, 450 nm alatt és 650 nm felett pedig már kevesebb, mint tizedrésze az érzékenység a csúcs értéknek.

⇐ spektr. érz. fgv.



1.11. ábra. A szem spektrális érzékenysége nappal 2 és 10 fokos látómező esetén.

A fényérzékelő sejtek sűrűségének és típus szerinti megoszlásának helyfüggése miatt

$V(\lambda)$ kicsit függ a látómezőtől is, amit az 1.11. ábrán azzal mutatunk be, hogy a 2 és 10 fokos látómező esetén is feltüntetjük a görbéket.

A biológiai rendszerek természetéből fakadóan ezek a görbék egyénfüggőek, ezért a CIE szabványosnak tekintett átlagértékeket tesz közzé az egységesség kedvéért: ilyen szabványos értékeken alapul az itt közölt ábra.

Nyilvánvaló, hogy $V(\lambda)$ egy szorzó erejéig bizonytalan, mert nem tudjuk fizikai skálán mérni a bennünk képződő „fényérzetet”. Ezt a bizonytalanságot a mértékegység-rendszer rögzíti, de ennek pontos megadására csak az alapfogalmak tárgyalása után tudunk kitérni.

A fejezet végén tárgyaljuk a fényforrások színeképének témakörét is. Az eddig elmondottak alapján ugyanis nyilvánvaló, hogy a fényérzetet jelentősen befolyásolja, milyen a fényforrás fényének színe, azaz milyen hullámhosszakon sugároz erősen illetve gyengén. Pl. két, egyenként 1 W teljesítményű fényforrás közül sokkal fényesebbnek látjuk a zöld színűt, mint a mélyvöröset, mert a fenti $V(\lambda)$ függvény a zöldnek megfelelő tartományban sokkal nagyobb értékeket vesz fel.

1.3.2. Fotometriai mennyiségek

Energiaáram és fényáram

A fotometria legegyszerűbb fogalma az **energiaáram**. Egy felület energiaáramának nevezzük \Leftarrow energiaáram az adott felületen az elektromágneses hullámok által szállított energia és az idő hányadosát:

$$\Phi_e = \frac{dW_e}{dt}. \quad (1.9)$$

Az energiaáram mértékegysége a watt (W)⁴, és szemléletes jelentése könnyen felfogható: megmutatja, hogy az adott felületen keresztül másodpercenként hány joule-nyi energiát szállít a fény (ill. általában az elektromágneses hullámok.)

Az energiaáramot a fény esetében szokás **sugárzási teljesítménynek** is nevezni. \Leftarrow sugárzási telj.

Sokszor érdekes azonban, hogy ismerjük a szállított energia hullámhossz szerinti eloszlását is, ne csak annak össz mértékét. Itt gondosan kell fogalmakat alkotnunk, mert pl. annak, hogy „Mennyi energiát szállít a fény 723,4 nm-es hullámhosszon?” nincs értelme, mert *teljesen pontosan* ilyen hullámhosszúságú fotonból alig-alig lesz, de sok foton lesz e hullámhossz *kis környezetében*. Ezért bevezetjük a **spektrális energiaáram** fogalmát az alábbi módon: két hullámhossz között a spektrális energiaáram integrálja megadja az e hullámhosszak közé eső sugárzás energiaáramát: \Leftarrow spektr. energiaáram

$$\Phi_e(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda. \quad (1.10)$$

Szokás ezt úgy is megfogalmazni, hogy a szállított energia egy kicsit $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ intervallumon belül épp $\varphi \cdot d\lambda$.

Ugyanahhoz az energiaáram-értékhez teljesen más spektrális energiaáram-függvények tartozhatnak: például egy asztallapra két fényforrás mindegyike 50 W teljesítménnyel esik, de az egyik kék, a másik vörös, akkor előbbinek a rövidebb, utóbbinak a hosszabb hullámhosszakon lesz a $\phi(\lambda)$ értéke magasabb. Az is lehet, hogy az egyik közelebb áll szemünk érzékenységi görbéjéhez, így az több fényérzetet okoz, bár azonos a szállított teljesítmény.

A fényérzet mérésére ezért bevezetjük a **fényáram** fogalmát az alábbi módon: \Leftarrow fényáram

⁴Ne keverjük a watt 'W' jelét a munka 'W'-jével. A nyomdai szabványnak megfelelően a mértékegységeket egyenes, a mennyiségek jeleit dőlt betűvel írjuk.

$$\Phi_v = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) V(\lambda) d\lambda, \quad (1.11)$$

ahol $V(\lambda)$ az emberi szemet jellemző spektrális érzékenységi függvény.

A fényáram mértékegysége a **lumen**, rövidítése „lm”.

⇐ lumen

A hétköznapi szóhasználatban egy fényforrás teljesítményén annak össz energiaáramát értjük, mivel a fényforrások a hálózathoz felvett teljesítmény nagyrészt valamilyen hullámhosszúságú elektromágneses sugárzássá alakítják. Tehát ha egy izzó dobozára „60 W” van írva, akkor tudhatjuk, hogy ez 60 W teljesítményt vesz fel az elektromos hálózathoz, közel ennyit szétsugároz elektromágneses sugárzás formájában, de ez az adat nem jellemzi, mekkora fényérzetet okoz, pedig ez is fontos. A legtöbb izzó dobozán azonban ott van a lumen érték, is, azaz pl. „700 lm” és ez az, amit figyelni kell, ha a „fényerejére” vagyunk kíváncsiak. Az itt felmerülő kérdésekre a fejezet későbbi részében visszatérünk.

A mindennapi élet szempontjából nagyon fontos a **fényforrások hatékonyságának** fogalma. Ez az általuk kibocsátott össz fényáram és energiaáram hányadosa, azaz megmutatja, egy watt befektetett teljesítmény hány lumen fényáramot jelent. Formulával:

⇐ fényforr. hatékonysága

$$\eta = \frac{\Phi_v}{\Phi_e}. \quad (1.12)$$

Az 1.2. táblázat a tájékozódás kedvéért néhány egyszerű esetben megmutatja a hozzávetőleges értékeket. Ezek magyarázatát a későbbiekben adjuk meg.

Fényforrás	η [lm/W]
gyertya	0,3
petróleum lámpa	2
hagyományos izzók	5–25
fénycsővek	50–100
fehér LED-ek	10–150
ívlámpák	50–100

1.2. táblázat. Közelítő fényforrás hatékonyság értékek.

Egységnyi felületre vonatkozó mennyiségek

Az előző alfejezet fogalmai tetszőleges nagyságú felületre vonatkoztak. Néha ez a hasznos, máskor viszont egyfajta „intenzitás” jellegű mennyiség az érdekesebb, ami nem függ a választott felület nagyságától. Ezért érdemes bevezetni a következő két fogalmat:

⇐ energiaáram-sűrűség

Energiaáram-sűrűségnek nevezzük az energiaáram és a felület hányadosát:

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS}. \quad (1.13)$$

Az energiaáram-sűrűséget a radiometriában **besugárzott teljesítménynek** is szokták nevezni.

⇐ besug. teljesítmény

⇐ megvilágítás

Megvilágításnak nevezzük a fényáram és a felület hányadosát:

$$E_v = \frac{d\Phi_v}{dS}. \quad (1.14)$$

Az energiaáram-sűrűség mértékegysége a W/m^2 , a megvilágításé a **lux**. (A definíció következménye, hogy $\text{lux} = \text{lumen/m}^2$.)

⇐ lux

A lux értékkel találkozhatunk pl. videokamerák feliratán ilyesmi formában: „Ez a kamera 1 lux megvilágítás esetén is képes színes felvételt készíteni.”

Néhány tájékoztató adatot a hétköznapi életben előforduló megvilágítás-értékekről az 1.3. táblázat tartalmaz. Ez alapján meggyőződhetünk arról, hogy szemünk meglepően tág tartományban működőképes.

Körülmények, fényforrások	Megvilágítás [lux]
A legfényesebb csillag (Szíriusz)	10^{-5}
Borult éjszaka csillagokkal	10^{-4}
Tiszta ég csillagokkal	0,002
Tiszta ég teliholddal	0,3–1
Polgári szürkület határa	3,4
Nappali szoba	50
Erősen borult nappali idő szabadban	100
Irodai megvilágítás ajánlott értéke	300–500
TV-stúdió	1000
Derült ég nem direkt napfényben	10 000–25 000
Direkt napfény	32 000–130 000

1.3. táblázat. Közelítő megvilágítás-értékek.

1.3.1. példa: Egy szoba méretei közelítőleg 4x6x3 m-esek. Ha irodai munkára akarjuk használni, akkor mekkora fényáramra van szükség? Becsüljük meg, hány watt összteljesítményű hagyományos gyertyával, hagyományos izzóval illetve fénycsővel lehet ezt elérni? Tételezzük fel, hogy a lámpák fényét a búra lefelé irányítja és csak a szoba belső felületének 60%-a van megvilágítva.

Megoldás: A szoba belső felülete $A_0 = 2 \cdot (4 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 3) = 108 \text{ m}^2$, ezért a megvilágított felület:

$$A = 0,6 \cdot A_0 = 64,8 \text{ m}^2.$$

Az 1.3. táblázat szerint irodában 300–500 lux megvilágítás az ajánlott. Egy közepes $E_v = 400 \text{ lux}$ -os értékkel számolva az össz szükséges fényáram:

$$\Phi_v = A \cdot E_v = 25\,920 \text{ lm}.$$

A fenti, 1.2. táblázat alapján a gyertya hatékonysága közel $\eta_{gy} = 0,3 \text{ lm/W}$, ezért gyertyával ezt

$$\Phi_{e,gy} = \frac{\Phi_v}{\eta_{gy}} = 86\,400 \text{ W}$$

teljesítménnyel lehetne elérni. Ez irreálisan nagy: ha össze is lehetne egy szobába ennek megfelelő mennyiségű gyertyát hordani, a termelt hő elviselhetetlen lenne.

Hagyományos izzó esetén, 1.2. táblázat alapján egy közepes $\eta_i = 15 \text{ lm/W}$ értéket feltételezve

$$\Phi_{e,i} = \frac{\Phi_v}{\eta_i} = 1728 \text{ W}$$

szükséges, ami már reális (de meglehetősen drága és feleslegesen sok hőt termel).

Fénycső esetén $\eta_f = 75 \text{ lm/W}$ -tal számolva a szükséges teljesítmény:

$$\Phi_{e,f} = \frac{\Phi_v}{\eta_f} = 345,6 \text{ W},$$

ami mind a költség, mint a hulladék hő szempontjából elfogadható érték.

Az előző számításban sokszor kellett a tájékoztató értékek alapján becsült közepes értékekkel számolni. Valós helyzetben ezek a számítások a pontos adatokkal ugyanígy elvégezhetők, és a konkrét fényforrások adatai, a megvilágítás koncentrátsága és egyéb paraméterek változása miatt az itt közölttől akár 2-szeres eltérés is előfordulhat.

Egységnyi térszögre vonatkozó mennyiségek

Az előzőekben tárgyalt mennyiségek nem tartalmaztak információt arról, milyen irányból érkező fényről beszélünk, pedig sokszor ez igen fontos. Ahhoz hasonlóan, ahogy a hullámhossz szerinti eloszlás tárgyalásakor sem beszélhettünk egy konkrét hullámhosszon mérhető sugárzásról, az irányfüggés figyelembe vételekor is csak egy adott irány kis környezetét alkotó irányokból érkező sugárzás tárgyalásának van értelme.

Ehhez fel kell használnunk a **térszög** fogalmát, ami egy térbeli irányhalmaz nagyságának mérőszáma. A térszöggel kapcsolatos alapismereteket a Függelék 8. alfejezetében összefoglaltuk, ha a kedves Olvasónak szüksége van rá, kérjük lapozzon oda a tovább olvasás előtt. ⇐ térszög

Annak mértékéül, milyen erős elektromágneses hullám illetve látható fény érkezik a tér egy adott irányából az alábbi fogalmakat vezetjük be: ⇐ sugárerősség

Sugárerősségnek nevezzük az energiaáram és a térszög hányadosát:

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}. \quad (1.15)$$

Fényerősségnek nevezzük a fényáram és a térszög hányadosát: ⇐ fényerősség

$$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}. \quad (1.16)$$

A sugárerősség mértékegysége a W/sr, a fényerősségé a lm/sr, aminek külön neve van: **kandela**, rövidítése: **cd**. ⇐ kandela

Akkor beszélünk tehát 1 cd fényerősségről, ha egységnyi térszögből 1 lm fényáram érkezik a felületre. Így pl. egy fényforrás, mely 100 lm fényáramot bocsát ki a tér minden irányába egyenletesen $100 \text{ lm}/4\pi \approx 7,96 \text{ cd}$ fényerősségű, de ha ugyanezt a fényt egy burával egy 0,1 sr térszögű kúpba koncentráljuk, 1000 cd fényerősséget kapunk. ⇐ cd

A kandela a nemzetközi mértékegység-rendszer (SI) alapegysége, definíciója:

„1 kandela annak az $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ ($\lambda \approx 555 \text{ nm}$) frekvenciájú monokromatikus sugárzást kibocsátó fényforrásnak adott irányban kibocsátott fényerőssége, amelynek sugárerőssége ugyanebben az irányban $1/683 \text{ W/sr}$.”

Ez a definíció rögzíti a szemre vonatkozó mennyiségek (lux, lm) skálázását is, amit fentebb még szabadon hagytunk. Például ha egy 555 nm hullámhosszúságú fényforrás össz teljesítménye 1 W, akkor az ez által keltett fényáram épp 683 lm. Más hullámhosszakra ugyanez a fent megadott V spektrális érzékenységi függvénnyel arányosan változik, de csak ennél kisebb lehet, mert a csapokra vonatkozó V értéknek épp 555 nm-nél van maximuma.

Ez azt is jelenti, hogy az elvileg elérhető legnagyobb hatékonyság 683 lm/W és ezt egy 555 nm hullámhosszúságú, zöldes fényt kibocsátó fényforrás éri el. Ez a 683 lm/W sokkal nagyobb, mint az 1.2. táblázat összes értéke, ezért azt hihetnénk: a leghatékonyabb lámpa egy 555 nm-es fényt kibocsátó szerkezet. Ez azonban egyszínűsége miatt a legtöbb esetben igen zavaró lenne, fényénél a színérzékelést is elvesztenénk, ezért csak speciális helyeken, pl. műszerfalak megvilágításánál alkalmazzák.

Az előbb bevezetett sugárerősség és fényerősség fogalmak egész felületekre vonatkoznak. Ezek egységnyi felületre vonatkoztatott, sűrűség jellegű lezármaztatott mennyiségei: ⇐ sugársűrűség

Sugársűrűségnek nevezzük a sugárerősség és a felület hányadosát:

$$L_e = \frac{I_e}{dS}. \quad (1.17)$$

Fénysűrűségnek nevezzük a fényerősség és a felület hányadosát: ⇐ fénysűrűség

$$L_v = \frac{I_v}{dS}. \quad (1.18)$$

A sugársűrűség mértékegysége a W/sr/m^2 , a fénysűrűségé a lm/sr/m^2 . Ezeknek külön neve nincs.

1.3.2. példa: 8 mm átmérőjűre nyílt pupillánkat 555 nm-es monokromatikus fény éri. Hány foton jut szemünkbe ha a megvilágítás 0,1 lux?

Megoldás: A fent elmondottak szerint 1 lux 555 nm-es fény esetén $1/683 \text{ W/m}^2$ -es besugárzott teljesítménynek felel meg, tehát 0,1 lux $Q_e = 1/6830 \approx 1,46 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$ -et jelent.

Egy 555 nm-es foton energiája (1.2) szerint $E = hc/\lambda = 3,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, így az 1 s alatti fotonok száma 1 m^2 -es felületen: $n = Q_e/E = 4,09 \cdot 10^{14}$.

Pupillánk felülete: $A = (4 \text{ mm})^2 \pi \approx 5,03 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, ezért a szemünkbe jutó fotonok száma: $N = n \cdot A = 2,06 \cdot 10^{10}$.

Az előzőekben bevezetett új fogalmak áttekintéséhez az 1.4. táblázat hasznos lehet. Ebben könyvünkben először használjuk a **radiometria** és **fotometria** szavakat, amik közül az első az energia alapú, a második a látásérzet-alapú mennyiségek gyűjtőfogalma.

⇐ radiometria

⇐ fotometria

Radiometria			Fotometria		
név	jel	mértékegység	név	jel	mértékegység
energiaáram	Φ_e	watt = W	fényáram	Φ_v	lumen = lm
energiaáram-sűrűség	E_e	W/m^2	megvilágítás	E_v	$\text{lm/m}^2 = \text{lux}$
sugárerősség	I_e	W/sr	fényerősség	I_v	$\text{lm/sr} = \text{candela} = \text{cd}$
sugársűrűség	L_e	W/sr/m^2	fénysűrűség	L_v	$\text{lm/sr/m}^2 = \text{cd/m}^2$

1.4. táblázat. A radio- és fotometria alapmennyiségei

Az 1.4. táblázat minden sorához hozzárendelhetünk egy olyan mennyiséget is, mely megmondja, hogy az adott mennyiség hogy oszlik el hullámhosszak szerint. Ezt már az első sor kapcsán fentebb megtettük ((1.10) egyenlet), és ennek mintájára a többi mennyiség spektrális sűrűsége is definiálható. Például az egységnyi térszöghöz, egységnyi felülethez és egységnyi hullámhossz-tartományhoz tartozó energiáram olyan $l(\lambda)$ mennyiség, melyre:

$$e(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} l(\lambda) d\lambda. \quad (1.19)$$

A nevezési szokásokat követve $l(\lambda)$ -t **spektrális sugársűrűségnek** nevezhetjük.

⇐ sp.sug.sűrűség

A fényforrásokat legteljesebben a spektrális sugársűrűség jellemzi, ezért ezt fogjuk a továbbiakban megadni, amikor a színeképekről beszélünk.

A fotoreceptorokat érő inger

Felmerül a kérdés: az előző mennyiségek közül melyik az, ami a látásérzettel kapcsolatos?

Egy fotoreceptor mindig egy adott irány környékét, azaz egy kis térszög-tartományt érzékel, ezért biztos, hogy a szemünkben képződő inger az egységnyi térszögre vonatkozó mennyiségek valamelyikével lesz kapcsolatos. Tegyük még ehhez hozzá, hogy receptorainkra a változó méretű pupillán keresztül érkezik a fény. Így könnyű kikövetkeztetni, hogy a receptorokban képződő ingert a fénysűrűség és a pupilla felület nagyságának szorzata határozza meg.

Ez a mennyiség fényerősség jellegű (lm/sr , azaz cd a mértékegysége), nevezzük **retina-megvilágításnak**. Történeti okokból a retina-megvilágítást a cd/m^2 -ben mért fénysűrűség és a mm^2 -ben mért pupilla-felület szorzatával mérjük, és ekkor egységét **Troland**nak hívjuk.

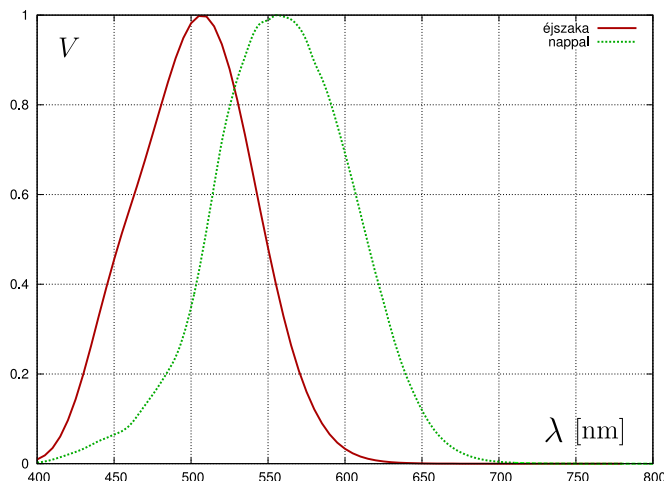
⇐ retina-megvil.

⇐ Troland

A látás szempontjából tehát a retina-megvilágítás számít, ez határozza meg a receptorokban meginduló kémiai folyamatokat.

Az éjszakai látás

Ez eddig elmondottak a nappali látásra vonatkoznak, tehát főként a csapok működését tükrözik. Éjszaka a pálcikák segítségével látunk, de a pálcikák érzékenységi maximuma máshol, 507 nm-nél van és itt 1700 lm/W-ot érnek el, amíg a fényerősség olyan kicsi, hogy a pálcikák normál működési körén belül maradunk.



1.12. ábra. A szem spektrális érzékenysége nappal és éjszaka.

A nappali és éjszakai látás eltérő hullámérzékenységet szemlélteti az 1.12. ábra. Láthatjuk, hogy éjszaka a látásunk erősen a kék felé tolódik el.

A nappali és éjszakai látás eltérő spektrális érzékenysége miatt néhány érdekes hatás lép fel, amikor az ember félhomályban vagy éjszaka nézi környezetét.

- A vörös színű tárgyak félhomályban sokkal sötétebbnek tűnnek, mint azok a kék színűek, melyek nappali fényben kb. azonos fényességűek.
- 650 nm-nél nagyobb hullámhosszakon lényegében csak a nappali látást adó csapok érzékenyek, a pálcikák nem. Ezért a sötétben alkalmazkodott szem pálcikákkal történő látását nem zavarja az ilyen hullámhosszúságú, tiszta vörös fény jelenléte. Így olyan helyeken, ahol a sötétben látás fontos (pl. a csillagászok) mélyvörös színű megvilágítást alkalmaznak a jegyzetfüzet, műszerfal, stb. megvilágítására.

A korábbi fejezetekben csak annyit tudtunk mondani, hogy alacsony megvilágításnál a pálcikák, magas esetén a csapok működése dominál. Most, a fotometriai foglalkozások ismeretében ezt a kérdést pontosabban is tárgyalhatjuk. Az emberi látás vizsgálata során az adódott, hogy olyan fényforrások esetén, melyek színeképében nincsenek túl nagy ugrások, a látás típusa fénysűrűség szerint az alábbi 3 tartományra osztható:⁵

- **Scotopic látás:** 10^{-6} és 10^{-2} cd/m² között; ez az éjszakai látás, amikor csak a pálcikák működnek; ekkor nem érzékelünk színeket. ⇐ scotopic látás
- **Mesopic látás:** 10^{-2} és 1 cd/m² között; ez egy átmeneti állapot, amikor a csapok és pálcikák egyaránt működnek, ezért érzékelünk színeket, de azok torzítottak. ⇐ mesopic látás
- **Photopic látás:** 1 és 10^6 cd/m² között; ez a nappali látás, amikor a csapok működnek, de a pálcikák már telítésbe mentek és nem adnak értékelhető információt; ekkor jól érzékeljük a színeket. ⇐ photopic látás

⁵Természetesen a közölt határértékek nem merevek: az egyes látástípusok közt folytonos az átmenet.

1.3.3. Kérdések és feladatok

Elméleti kérdések:

1. Definiálja a térszög fogalmát!
2. Mekkora a térszöge az égboltnak egy nyílt óceánon hajózó ember számára?
3. Miért van értelme egy fényforrást nemcsak a wattban mért energiaárammal, hanem a lumenben mért fényárammal is jellemezni?
4. Két lámpa van a kezünkben vásárláskor. Az egyik dobozán „100 W és 600 lm” a másikon „50 W és 2000 lm” felirat van. Melyiket érdemes megvenni? Miért?
5. A lehető legkisebb energiafelhasználással a legfényesebb megvilágítást szeretnénk elérni. Milyen színekű fényforrást használjunk? Miért nem jó ezt a megoldást használni a gyakorlati esetek többségében?

II. rész

A fény útja a szemünkig

2. fejezet

Fényforrások

2.1. Fényforrások színeképe

2.1.1. Bevezető

Egy fényforrás színeképén az (1.19) egyenletben felbukkanó **spektrális sugársűrűségnek** értékét értjük, aminek egyik szemléletes jelentése: megmutatja, hogy a vizsgált hullámhossz kis környezetében mennyi energia áramlik egységnyi térszögbe, egységnyi felületről. Ezt a fogalmat szokás röviden **spektrumnak** vagy **színeképnek** nevezni.

⇐ sp.sug.sűrűség

⇐ spektrum

A fényforrás színeképe igen fontos fogalom. A fentiekből nyilvánvaló pl., hogy ha egy fényforrás színeképe jelentős értékeket vesz fel ott, ahol a szem **spektrális érzékenységi függvényespektrális érzékenységi függvény** ($V(\lambda)$) alacsony, a fényforrás η hatékonysága kicsi lesz, azaz 1 W befektetett teljesítményből kevés lumen fényáramot hoz létre.

⇐ színekép

⇐ sp. érz. függv.

A fizikából tudjuk, hogy két, alapvetően eltérő színeképtípus van:

- **Vonalas színekép:** Ekkor a legtöbb λ értékre $I(\lambda) = 0$, csak néhány hullámhossz kis környezetében, az ún. **színeképvonalaknál** van ettől eltérés.

⇐ vonalas színekép

⇐ színeképvonal

Vonalas színekép jellemző az egymástól lényegében függetlenül sugárzó atomokra, azaz az izzított gőzök és kázkók fénykibocsátására: ekkor az atomok energiaszintjeinek különbsége határozza meg, milyen hullámhosszakon történik a fény kibocsátása, és e hullámhosszak listája egy ujjlenyomat-szerű jellemzője az adott atomnak.

⇐ folytonos színekép

- **Folytonos színekép:** Ekkor $I(\lambda)$ folytonos függvény, ami a vizsgált tartomány nagy részén 0-tól különböző értékeket vesz fel.

Folytonos színekép általában akkor keletkezik, amikor az egymással kölcsönható atomok környezetében az energiaszintek száma annyira megszorodik, hogy a lehetséges sugárzási hullámhosszak „egybefolynak”, azaz közelebb vannak egymáshoz, mint a színeképvonalak természetes kiszélesedése. Leginkább az izzított szilárd testek valósítják ezt meg ezért ezek színeképe folytonos.

Természetesen e két alapeset sokszor keveredve jelenik meg a gyakorlatban. Pl. a molekulák színeképében folytonos és vonalas tartományok váltják egymást, vagy egy összetett szerkezetű lámpa belseje folytonos színeképpel sugároz, de erre ráakódik a töltőgáz néhány színeképvonala, vagy a burkolat hullámhosszfüggő elnyelése.

2.1.2. A feketetest-sugárzás

Egy tárgy színeképének vizsgálatakor zavarhat, ha a tárgy a környezetről ráeső fény egy részét visszaveri. A saját kibocsátott fény tanulmányozásához ezt kerülni kell, ezért a szilárd testek

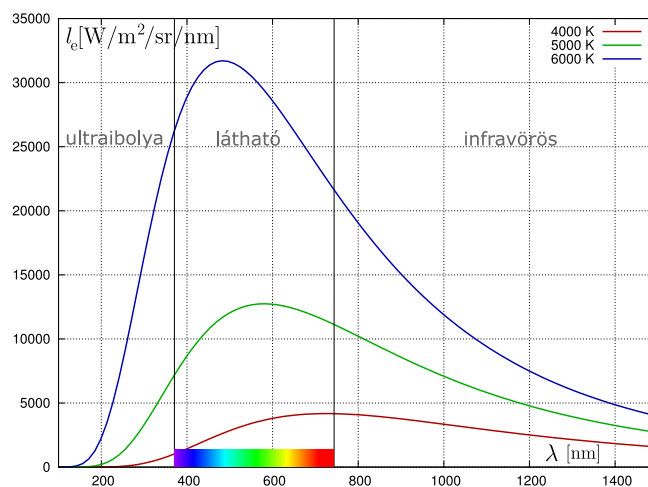
sugárzását fekete testeken tanulmányozzák. Az ideális eset az **abszolút fekete test** esete, amről akkor beszélünk, ha a test a ráeső sugárzást teljes mértékben elnyeli (azaz semmit sem ver vissza). ⇐ absz. fekete test

Az elmélet szerint az abszolút fekete test által kibocsátott sugárzás **spektrális sugársűrűsége**: ⇐ sp.sug.sűrűség

$$l(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (2.1)$$

ahol $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, az úgynevezett **Planck-állandó**, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, a **Boltzmann-állandó**, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s a **fény sebessége** vákuumban. ⇐ Planck-állandó
⇐ Boltzmann-állandó
⇐ fénysebesség

Ez az l mennyiség tehát megmondja, hogy λ hullámhossz egységnyi sugarú környezetében milyen sugársűrűségű a fekete test sugárzása, azaz mennyi energiát bocsát ki idő-, térszög- és felületegységenként a fekete test.



2.1. ábra. Az abszolút fekete test spektrális sugársűrűsége 3 különböző hőmérséklet esetén.

A 2.1. ábrán 3 különböző hőmérséklet esetén ábrázoltuk az előbbi l mennyiséget. (Áttekinthetőségi okokból a hullámhosszat mindkét tengelyen nm-ben adjuk meg.) Az itt látható görbéket elméleti vizsgálójuk neve alapján **Planck-görbéknek** nevezzük. ⇐ Planck-görbék

Látható, hogy magasabb hőmérsékleten a sugárzás sokkal erősebb és a Planck-görbék maximuma a kisebb hullámhosszak felé tolódik el. Utóbbi jelenség a hétköznapiakból is ismert: a 800–1000°C-os testek izzása már látható, mert a Planck-görbéjük a vörös oldalról belenyúlik a látható tartományba, a 2000–3000 K-es testek már narancssárgán izzanak (pl. hagyományos izzó), míg az 5000–6000 K-es testek (pl. a Nap felszíne) sárgás fényű, mert sugárzási maximuma a látható tartomány közepére esik.

Az előbbi $l(\lambda)$ mennyiség részletesen megadja a fekete testek sugárzását. Gyakran azonban csak arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy nagy sík felület milyen energiaáram-sűrűséget produkál, azaz 1 m² hány wattal sugároz. Ez viszont l -ből könnyen megkapható: hullámhossz szerinti integrálással megkapjuk a sugárerősséget, majd azt figyelembe véve, hogy egy sík lap egy féltér irányába, azaz 2π sr térszögbe minden irányban egyenletesen sugároz, egy 2π -vel való szorzás után az energiaáram-sűrűség megkapható:

$$E_e(T) = 2\pi \int_0^\infty l(\lambda, T) d\lambda.$$

Maga az integrálás technikailag bonyolult, ezért itt csak a végeredményt közöljük:

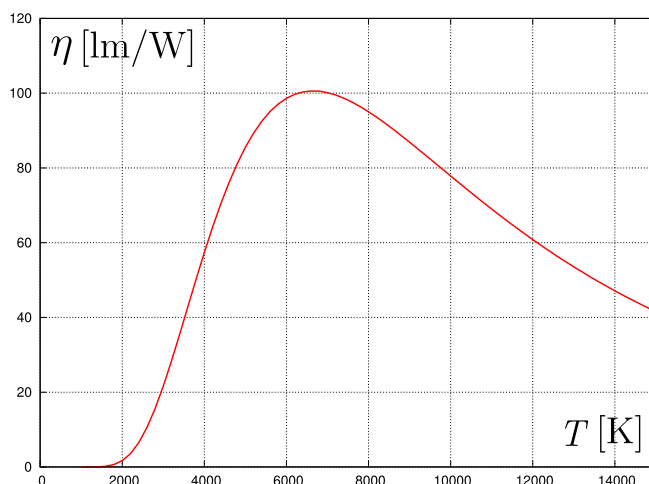
$$E_e(T) = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4. \quad (2.2)$$

σ szokásos elnevezése: **Stefan-Boltzmann-állandó**, számszerű értéke: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$, és (2.2)-t **Stefan-Boltzmann törvény**, szokás hívni. \Leftarrow Stefan-Boltzmann-áll.
 \Leftarrow Stefan-Boltzmann törv.

A Stefan-Boltzmann törvény tehát megadja a fekete testek energiaáram-sűrűségét, azaz a radiometria mennyiségét, de a fotometriai mennyiségek, pl. a megvilágítás meghatározásához a $V(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvénnyel súlyozott integrálásra van szükség:

$$E_v(T) = 2\pi \int_0^\infty l_e(\lambda, T) V(\lambda) d\lambda.$$

Mivel $V(\lambda)$ csak táblázattal adott, ezért ezt nem tudjuk analitikusan meghatározni, csak numerikus, közelítő módszerekkel. Ezt számítógéppel könnyű megtenni és az ebből származtatható $\eta = 683 E_v(T)/E_e(T)$ lm/W hatékonysági függvényt is könnyű kiszámolni. Az eredményt a 2.2. ábrán mutatjuk be.



2.2. ábra. A feketetest-sugárzás fotometriai hatékonysága.

Látható, hogy a Planck-görbék széles volta miatt mindig elég sok sugárzás esik a szem alacsony érzékenységi területeire, ezért a feketetest-sugárzás fotometriai hatékonysága elég kicsi: 6500–7000 K környékén a legjobb, itt kb. 100 lm/W, ami mitegy hetede az elméleti maximum 683 lm/W-nak. A 7000 K-es hőmérsékleten azonban szilárd testek nem léteznek. A hagyományos izzókban használt wolfram olvadáspontja kb. 3600 K, itt az elvi hatékonyság 30 lm/W körüli, de az olvadásponthoz közel üzemeltetve a lámpát, igen rövid élettartamot kapunk. Így már érthető az, hogy a fentebb közölt 1.2. táblázatban a hagyományos izzók neve mellett miért 5–25 lm/W érték áll.¹ Az is érthető, hogy a gyertya és a petróleumlámpa miért oly kis hatásfokú: ezek üzemi hőmérséklete 1000–1500 K.

2.1.3. Izzó gázok és gázok színe

Az izzó gázokban főként atomi állapotban találjuk az anyagot. A különálló atomok sugárzása viszont vonalas: az energiaszintjeik közti különbségnek megfelelő energiájú fotonokat sugározzák. Így a kisugárzott fény frekvenciája néhány, hullámhossz kicsiny környezetében lesz 0-tól különböző.

Az, hogy ezek a színeképvonalak egyáltalán rendelkeznek egy kis szélességgel, az energiaszintek kvantummechanikából adódó bizonytalanságából, az atomok mozgása által okozott

¹Ráadásul a feketetest-sugárzásból adódó alacsony hatékonyság mellett egyéb veszteségek is felléphetnek.

Doppler-effektusból, illetve nagyon sűrű gázok esetén a közeli atomok kölcsönhatásából adódik: a látás fizikája szempontjából azonban ezek hatása oly kicsi, hogy tekinthetjük a színeképvonalakat 0 szélességűnek. Nem hanyagolhatjuk el azonban a színeképvonalakban található sugárzás által szállított energiát, tehát a matematikai leíráshoz olyan eszközt kell választani, mely segítségével egyszerűen lehet az elhanyagolhatóan kis helyen nem 0 értékű, de nem elhanyagolható integrálú függvényeket kezelni.

Az ilyen problémák leírása a matematika „disztribúcióelmélet” c. fejezetének része. A disztribúcióelmélet ismertetése meghaladná könyvünk kereteit, de számunkra elegendő ebből egyetlen kis részt ismerni, méghozzá a **Dirac-delta függvényt**. A Dirac-delta függvénnyel a mérnöki alkalmazások más területein is találkozhatott már a kedves olvasó, mint pl. a jelfeldolgozás vagy folyamatirányítás témák esetében. Azoknak, akik most hallanak először erről, a függelék ... fejezetét ajánljuk olvasásra.

⇐ Dirac-delta fgv.

Egy tisztán vonalas színekép tehát a látás fizikájában szükséges pontossáig Dirac-delták súlyozott összegeként írható le:

$$l(\lambda) = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \delta(\lambda - \lambda_i), \quad (2.3)$$

ahol az i . színeképvonal hullámhossza λ_i , energiaárama F_i .

A színeképvonalak helyét megadó λ_i értékek tehát csak a sugárzó atom energiaszintjeitől függenek, de a vonalak erősségét jellemző F_i értékek nagysága már sokkal összetettebb: ezek függenek a hőmérséklettől, de a hozzájuk tartozó energiaszintek bizonyos kvantummechanikai jellemzőitől is. Számunkra azonban nem érdekesek a részletek: aki nem az izzó gázok fénykibocsátásának fizikájával szeretne foglalkozni (pl. fényforrás-tervezési célokból), az elég ha azt tudja, hogy a vonalak erősségének hőmérséklet-függése hasonlít az előzőekben tárgyalt feketetest-sugárzására, azaz egy adott hőmérsékleten általában azok a színeképvonalak a legerősebbek, melyek az ehhez tartozó Planck-görbe maximuma környékén találhatók. Ez azt jelenti, hogy ha nagy spektrális hatékonyságú fényforrást szeretnénk, akkor annak kell legyen színeképvonala az 500–600 nm tartományban és üzemi hőmérséklete 5000–8000 K legyen, hogy az ide eső vonalak legyenek erősek.

Izzó gázokkal számtalan fényforrás-fajta működik. Közismert példa az utcai nátriumlámpák esete. Ezek színeképében 2 közeli narancs árnyalatú színeképvonal dominál.

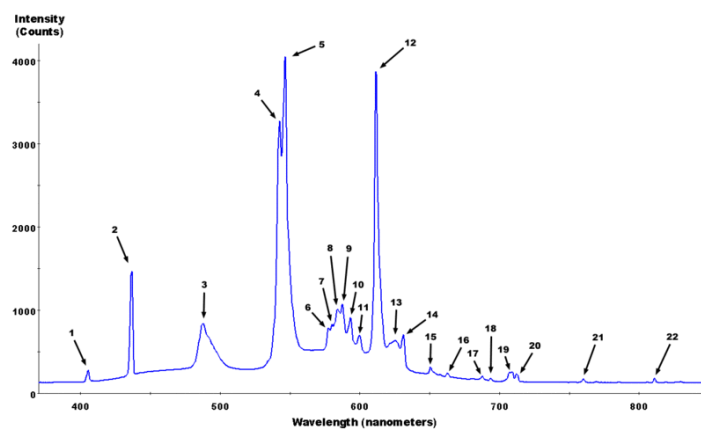
2.1.4. Fluoreszcens lámpák színeképe

A fluoreszcens lámpákban („kompakt fénycsővek”) a fényt alapvetően izzó gázok adják, de a felületükön elhelyezkedő speciális réteg ezek sugárzását nagyrészt elnyeli, és más, hullámhosszakon sugározza vissza. Így a színekép több vonalból és egy folytonos részből áll, ami a hagyományos izzó gázás megoldásokhoz képest annyival jobb, hogy közelebb áll a természetben előforduló színeképekhez. Ilyen színeképet mutat be a 2.3. ábra.

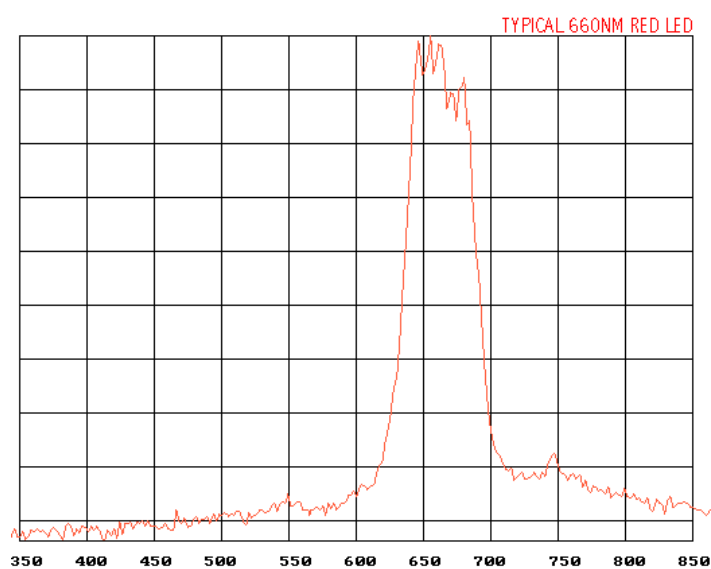
2.1.5. LED-ek színeképe

A LED (= Light Emitting Diode) elterjedt fényforrások. A félvezetők sávjai közt „közlekedő” elektronok bocsátják ki a fényt, és mivel e sávok nem élesen meghatározott energiaszintűek, a színekép szétterjedtebb, mint egy vonalas színekép, de nem olyan széles, mint a Planck-görbék.

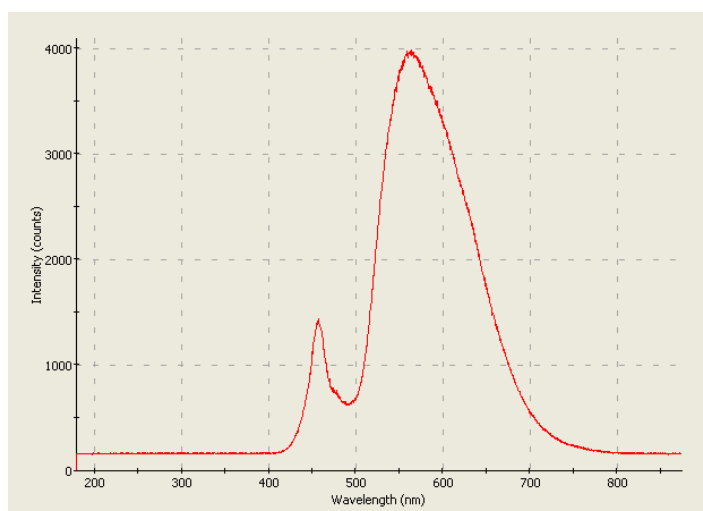
A hagyományos ELD-ek szűkebb tartományban sugároznak, de az újabb fejlesztésű, ún. „fehér LED”-ek szinte a teljes látható tartományt befogják. Ezt szemléltetik a 2.4 és 2.5. ábrák.



2.3. ábra. Egy fluoreszcens lámpa színeképe



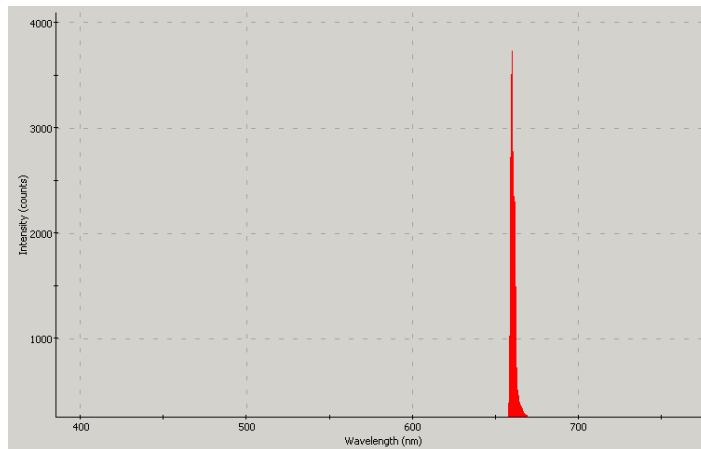
2.4. ábra. Egy hagyományos LED színeképed



2.5. ábra. Egy fehér LED színeképed

2.1.6. Lézerek színe

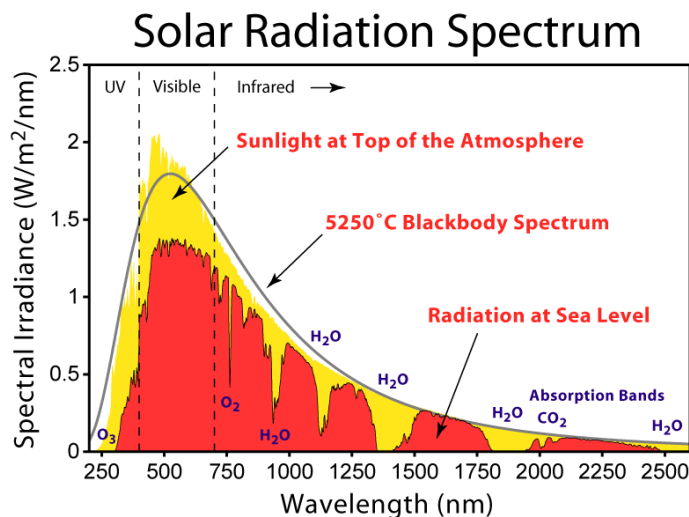
A lézerek színe abban a felbontásban, ami minket érdekel, egyetlen színeképvonalból áll. Ez sok speciális alkalmazási lehetőséget rejt magában.



2.6. ábra. Egy lézer színe

2.1.7. A Nap színe

A Nap „felszíne” közelítőleg egy 5800 K-nek megfelelő feketetest-sugárzásnak megfelelő fényt bocsát ki, de ebbe a folytonos színeképbbe a Nap légkörében és a földi légkörben is elnyelési színeképvonalak kerülnek bele. Így végül elég bonyolult színeképet (2.7. ábra) kapunk, ami sokszor jól közelíthető az 5800 K-es Planc-görbével, de vannak alkalmazások, amikor pontosabb, mérési adatokon alapuló számítások szükségesek.

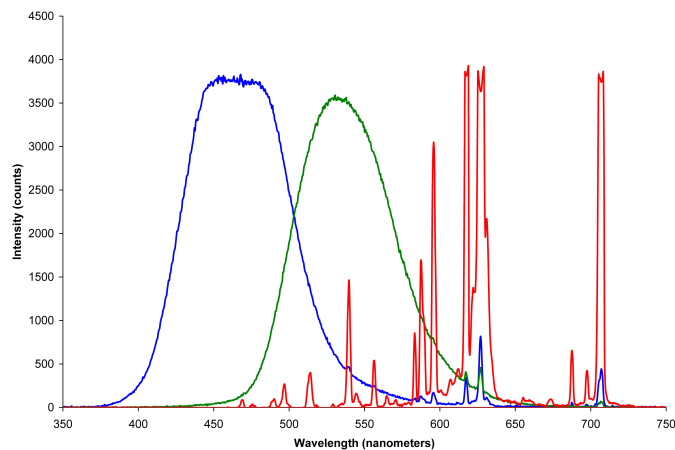


2.7. ábra. A Nap színe a Nap felszínén, a föld légkör határán és a földfelszínen.

2.1.8. Egyéb színek

Érdekes, és a színelméleti megfontolásaink szempontjából igen fontos színes képmegjelenítő eszközeink színeképet megvizsgálni. A 2.8. ábrán egy hagyományos, képcsöves monitor (CRT)

3 fénykibocsátó anyagának színeképét mutatjuk be.



2.8. ábra. Egy CRT-monitor színes komponenseinek színeképe

2.1.9. Milyen a jó fényforrás?

Ennek vannak objektív és szubjektív elemei is. A legfontosabbak:

- nagy hatásfokú,
- színeképe folytonos, maximuma 500–600 nm közt van.

Hatásfok szempontjából a legjobb a monokromatikus 550 nm-es zöld lézer lenne. Ez azonban a színérzékelést teljesen lehetetlenné tenné és a szem számára nagyon fárasztó lenne ennek használata.

A feketetest-színeképű fényforrások, mint pl. a hagyományos izzólámpák széles spektrum-ban sugároznak, ami kellemes a szemnek, de a hatékonyságot igencsak rontja: túl nagy rész esik az alacsony érzékenységű részakra, vagy olyan hullámhossz-tartományba, ahol nem is látunk.

A két szélsőség közti átmenet lehet a legjobb: a jó fényforrás színeképe kiterjed az emberi látás teljes tartományára (380–760 nm), színeképe folytonos, de nagy értékeket 550 nm környékén vesz fel.

Ezt a mai fényforrások közül legjobban a „fehér LED”-ek és a jól megtervezett fluoreszcens lámpák („kompakt fénycsövek”) valósítják meg.

2.2. A fény iránymenti eloszlása

...

3. fejezet

Fényterjedés kiterjedt közegekben

Ebben a fejezetben azt vizsgáljuk, mi történik a fénnel, amikor közegek belsejében halad. E folyamatok jelentősen befolyásolják a tárgyak láthatóságát, de olyan látványos jelenségeket is eredményeznek, mint az ég kékje vagy a szivárvány.

A légüres térben utazó fénnel nem történik semmi jelentős: megtartja irányát, hullámhosszát, sebességét, energiáját. Egyedül a geometriai okból bekövetkező szétszóródás csökkenti a fényerősséget: nagyobb felületre szétoszolva ugyanaz az össz-energia kisebb energiáram-sűrűséget (és megvilágítást) eredményez.

Ezzel ellentétben kiterjedt közeg, pl. levegő vagy füstfelhő belsejében bonyolult folyamatok is lejátszódnak, amiket az alábbi három csoportba szokás beosztani:

Fényelnyelés: Ez akkor áll fenn, ha a közegben olyan részecskék vannak, melyek elnyelik a fényt és energiáját mássá, általában hővé alakítják. Ilyen pl. a füst vagy porfelhő esete: a sok kis részecske a ráeső fény egy részét elnyeli. Tiszta gázok is el tudják nyelni a fényt ha a fotonok energiája épp megfelel egyik energiaátmenetüknek.

Fénykibocsátás: A közegek sugározni is képesek. Ez akár a bennük levő kicsi részecskék hőmérsékleti sugárzása, de magának a térfogatot kitöltő gáznak a sugárzása is lehet. Mindkét eset előfordul például lángok fénykibocsátása esetében.

Fényszórás: Ennek során a bejövő fény nem nyelődik el, csak irányt változtat. Por, köd esetében (a fényelnyelés mellett) ez a folyamat is lejátszódik, de pl. a levegőben a molekulák véletlenszerű mozgásából statisztikus sűrűség-ingadozások is kiváltják.

A fenti három eset ritkán jelentkezik önmagában, általában legalább kettő közülük lényeges szerepet játszik a folyamatokban. Például a fénykibocsátó közegek általában számottevő fényelnyeléssel is rendelkeznek, vagy a levegőbe jutott finom por fényszórást és fényelnyelést is megvalósít. Először mégis érdemes sorra venni őket, egymástól függetlenül tárgyalva működésüket.

Mindhárom jelenség esetén nagy pontossággal igaz a **linearitás**, azaz kétszer akkora radiometriai paraméter kétszeres erősségű folyamatot eredményez, tehát pl. kétszeres energiaáram-sűrűség esetén az elnyelődő energia adott térfogatban és adott idő alatt kétszeres lesz. ⇐ linearitás

A nemlineáris optikai viselkedést mutató anyagok elég ritkák, alkalmazásuk köre viszonylag szűk, de bizonyos területeken nagyon ígéretesnek mutatkozik. A mi általunk tárgyalt esetekben azonban nem ilyen anyagokról lesz szó.

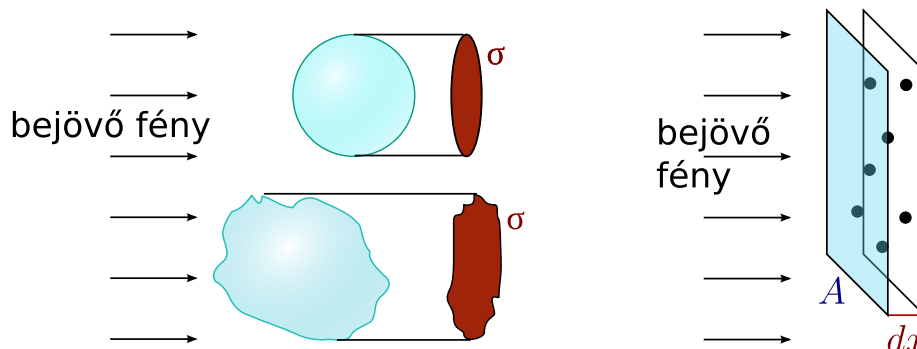
3.1. Fényelnyelés

A fényelnyelést kiváltó fő okok:

- Hullámhossznál nagyobb szilárd részecskékben való hővé alakulás.
- Atomok, molekulák energiaszintjének gerjesztése.

Foglalkozzunk először az első esettel. Tételezzük fel először, hogy olyan részecskéink vannak elszórva a közegben, melyek minden rájuk eső fényt elnyelnek. Ekkor egy részecske elnyelési hatékonyságát az a keresztmetszet-nagyság mutatja, amit a fény felé fordít. Ennek neve: **hatáskeresztmetszet**.

⇐ hatáskeresztmetszet



3.1. ábra. Elnyelő részecskék hatáskeresztmetszetének szemléltetése (balra) és egy elemi rétegben levő részecskék számának számítása (jobbra)

A 3.1. ábra bal oldalán láthatjuk a hatáskeresztmetszet fogalmának szemléltetését. Egyszerű alakokra ez könnyen számolható, pl. gömbre nyilván $\sigma_g = \pi R^2$, bonyolultabb esetekben csak összetett számítással vagy kísérlettel lehet meghatározni ezt.

Ha részecskéink mégsem tökéletes fényelnyelők, azaz csak a ráeső fény energiájának a -ad részét nyelik el, akkor a számítások ugyanilyenek lesznek, csak σ nem egyezik meg a geometriai keresztmetszettel, hanem annak a -szorosa lesz.

Atomok, molekulák esetén pedig a hatáskeresztmetszet elveszti szemléletes jelentését, de matematikai szempontból érdemes ekkor is használni, ekkor hatáskeresztmetszet alatt az olyan tökéletesen elnyelő részecske geometriai keresztmetszetét értjük, amely a vizsgált atommal vagy molekulával azonos hatékonysággal nyeli el a fény energiáját.

3.1.1. Párhuzamos nyaláb elnyelődése

Milyen hatással van sok kicsi elnyelő centrum jelenléte a fényre? Ennek számításához tételezzük fel, hogy az elnyelő részecskék koncentrációja n , azaz egy ΔV térfogatban $\Delta N = n\Delta V$ van belőlük és hatáskeresztmetszetük egyenként σ nagyságú.

Vizsgáljunk először egy elemi vastagságú réteg hatását párhuzamos fénynyalábra. (3.1. ábra, jobb oldal.) Tegyük fel tehát, hogy egy A nagyságú felületre merőlegesen esik a fénysugár és nézzük meg, hogyan változik az általa szállított energiaáram egy dx vastagságú rétegben való áthaladás után. Elnyelő részecskék nélkül az energiaáram nem változna, elnyeléssel viszont csökkenni fog, méghozzá a csökkenést nyilván a részecskék össz hatáskeresztmetszetének és az A felületnek az aránya adja meg:

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -\frac{\sigma dN}{A}. \quad (3.1)$$

Ez az egyenlet azt a feltételezést tartalmazza, hogy a részecskék átfedése elhanyagolható, tehát dN részecske dN -szer annyi területet takar ki, mint 1. A feltételezés vékony rétegekre jogos, és esetünkben erről van szó, mert a dx jelölés egy 0-hoz tartó rétegvastagságot fejez ki.

A fentiek szerint $dN = n \cdot dV = n \cdot A dx$, ezért

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -n dx, \quad (3.2)$$

aminek megoldása egyszerűen megkapható:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-n\sigma \cdot x}. \quad (3.3)$$

Mint sok más, lineáris fizikai problémánál, a jól ismert exponenciális lecsengéssel találkozunk itt is.

Érdekes lehet a szemléletesség kedvéért bevezetni a

$$h = \frac{1}{n\sigma} \quad (3.4)$$

jelölést. h egy távolság dimenziójú mennyiség, mely jellemzi az elnyelés hatékonyságát, nevezhetjük a fényelnyelés karakterisztikus távolságának. Nyilván:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-x/h}, \quad (3.5)$$

azaz h az a távolság, ami alatt az energiaáram $1/e$ -részre csökken. Így h -nak jól érzékelhető szemléletes jelentése van.

Sokszor n és σ külön-külön nem határozható meg, de h egyszerű intenzitásméréssel megkapható.

3.1.1. példa: Egy V térfogatú szobában V_0 össz-térfogatú anyagot kicsiny r sugarú gömbökre osztunk fel és azt szétoszlatjuk. Ha a gömböcskék tökéletesen fényelnyelők, mekkora lesz a h karakterisztikus távolság?

Megoldás: Egy gömböcske hatáskeresztmetszete: $\sigma = r^2 \pi$.

Egy gömb $V_1 = 4/3 \cdot \pi r^3$ térfogatú, így $N = V_0/V_1 = 3V_0/(4\pi r^3)$ részecske van összesen a szoba levegőjében. Ez

$$n = \frac{N}{V} = \frac{V_0}{V} \cdot \frac{3}{4\pi r^3} \quad (3.6)$$

koncentrációt jelent.

Így a keresett karakterisztikus elnyelési távolság:

$$h = \frac{1}{\sigma n} = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{V_0} \cdot r \quad (3.7)$$

Érdekes eredmény adódott: ugyanolyan mennyiségű anyagot kisebb részekre darabolva erősödik az elnyelés! Ezért jó fényelnyelő még kevés füst is.

3.1.2. példa: 100 m^3 térfogatú szobában valaki füstöl. A füst részecskéinek átlagos sugara $0,001 \text{ mm}$. Mennyi a füst részecskék össz térfogata, ha a karakterisztikus távolság 10 m ?

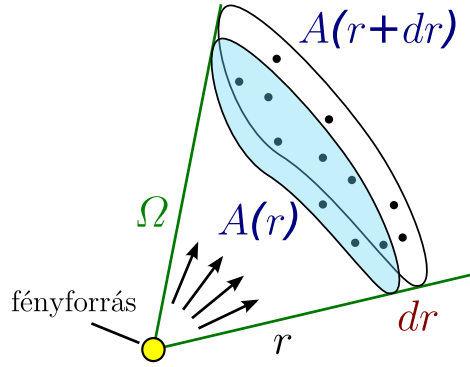
Megoldás: A fentiekből:

$$V_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{h} \cdot r = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 13,3 \text{ cm}^3 \quad (3.8)$$

Egy maroknyi anyag kellően kis méretű füstté válása tehát egy nagy szoba levegőjében jól érezhetően csökkenti a láthatóságot.

3.1.2. Széttartó nyaláb elnyelődése

Fontos tény, hogy (3.3) általánosan igaz, nemcsak az előbb tárgyalt párhuzamos fénynyaláb esetére. Nyilvánvaló ugyanis, hogy egy Ω térszögbe széttartó nyaláb esetén is hasonló a helyzet. A térszögbe eső tartományon belül ugyan nő a besugárzott felület, de ugyanaz lesz minden r értéknél a Φ energiaáram, ha elnyelés nem történik. (Lásd 3.2. ábra.) Az elnyelés hatása pedig egy dr vastagságú réteg elnyelésével írható le, és a fentihez hasonló gondolatmenettel belátható, hogy (3.2)-hez nagyon hasonló egyenlethez jutunk, csak x helyett r a változó.



3.2. ábra. Széttartó nyaláb elnyelődése

Ezért széttartó nyalábra:

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -n dr, \quad (3.9)$$

aminek megoldása:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-n\sigma \cdot r} = \Phi_0 e^{-r/h}. \quad (3.10)$$

Az energiáram-sűrűség viszont a felület nagyságával arányosan csökken:

$$E_e(r) = \frac{\Phi}{A(r)} = \frac{\Phi}{\Omega r^2} = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot e^{-r/h}. \quad (3.11)$$

Az egységnyi felületre jutó energia tehát $1/r^2$ -tel arányosan csökken egy egyszerű geometriai okból és erre még egy $e^{-r/h}$ -val megadható exponenciális csökkenés rakódik rá a közeg elnyelése miatt. Az exponenciális és a -2 . hatványfüggvény tulajdonságai miatt kis r értékekre a geometriai ($1/r^2$ -es), a forrástól távol viszont az exponenciális lecsengés fog dominálni.

3.1.3. Inhomogén közeg fényelnyelése

Az előzőekben ismertetett levezetések könnyen megismételhetők akkor is, ha n nem konstans, hanem x -től vagy r -től függ. Ekkor a párhuzamos nyaláb esetének megoldása:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-\sigma \cdot \mu(x)}, \quad \text{ahol } \mu(x) = \int_0^x n(x') dx'. \quad (3.12)$$

Ehhez hasonló módon módosul (3.10) és (3.11) is: nx helyét a

$$\mu(x) = \int_0^x n(x') dx' \quad (3.13)$$

menyiség veszi át, aminek neve: **oszlopsűrűség**. Az oszlopsűrűség szemléletes jelentése: \Leftarrow oszlopsűrűség

ennyi részecske esik a sugárzás irányába eső egységnyi felületre.

Változó részecske-koncentráció mellett természetesen a fenti karakterisztikus távolság nem értelmezhető.

Egy másik fogalom viszont gyakran szemléletes és több helyen alkalmazzák: egy fényelnyelő közegben egy pont **optikai mélységének** hívjuk a következő mennyiséget:

⇐ optikai mélység

$$\tau(x) = \sigma \int_0^x n(x') dx'. \quad (3.14)$$

Ez a fogalom jellemzi, mennyire átlátszatlan is a közeg egy adott része:

- $\tau \ll 1$ esetén az elnyelés hatása elhanyagolható, ekkor a közeg **optikailag vékonynak** ⇐ opt. vékony nevezzük.
- $\tau = 1$ egy közepesen vastag rétegnek felel meg, hisz az eredeti sugárzás $1/e$ -részére csökken.
- $\tau \gg 1$ azt jelenti, hogy alig van átjutó fény. Ekkor **optikailag vastag** közegről beszélünk. ⇐ opt. vastag

3.1.4. A fényelnyelés hullámhossz-függése

A hatáskeresztmetszet függhet a vizsgált fény hullámhosszától. Elnyelő részecskéknél lehet saját színük (pl. vízben oldott festékszemeszék esetében). Az atomok és molekulák elnyelő-képessége, azaz hatáskeresztmetszete is erősen hullámhossz-függő, mert csak olyan hullámhosszakon nyelnek el sugárzást, amelyeknek megfelelő energiához tartozik a részecskén belül lehetséges energiaátmenet. Ezért az atomok és molekulák jól meghatározott hullámhosszak kis környezetében hatékonyan nyelik el a sugárzást, a színekben jellegzetes **elnyelési színekp vonalakat** hozva létre. Kis szilárd részecskék esetén ez a hullámhossz-függés ⇐ elnyel. színekp gyenge, azaz az a elnyelési együttható λ függvényében csak lassan változik.

A fényelnyelés hullámhossz-függését a hatáskeresztmetszeten keresztül lehet formulákba foglalni. Legyen $\sigma(\lambda)$ a hatáskeresztmetszet, mint a hullámhossz függvénye. Ekkor a fentiek szerint homogén közeg karakterisztikus elnyelési távolsága: $h(\lambda) = 1/(\sigma(\lambda)n)$. Az egyes hullámhosszak tehát más és más mértékben nyelődnek el, azaz a teljes energia elnyelődéséről közvetlenül nem tudunk semmit sem mondani, csak a színek változásáról. Azaz ha az eredeti színek $l_0(\lambda)$, akkor x vastagságú rétegben való áthaladás után a színek:

$$l(x, \lambda) = l_0(\lambda) e^{-x/h(\lambda)} = l_0(\lambda) t(\lambda, x), \quad (3.15)$$

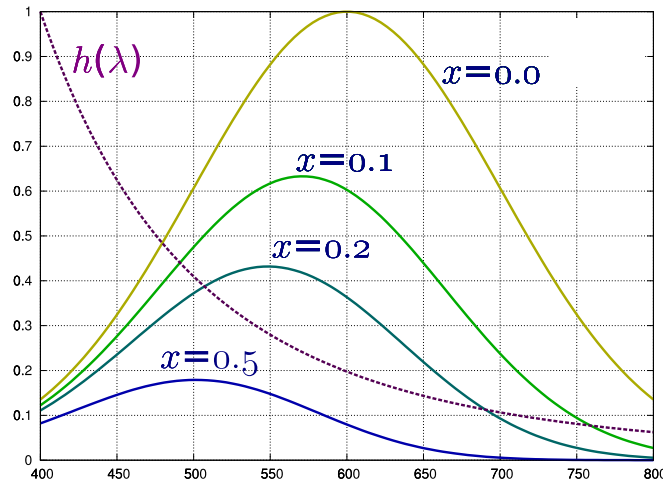
ahol $t(\lambda, x)$ neve: az x vastagságú réteg áteresztő képessége.

Ez a jelenség az alapja a színszűrők működésének. Olyan anyagból, mely áteresztja a fényt, de az áteresztőképesség hullámhossz-függő, adott hullámhossz-tartományt viszonylagosan jobban kiemelő egyszerű szerkezet hozható létre. Ezek általában színes üvegnek néznek ki (bár nem biztos, hogy üvegből vannak) és valamilyen keretük van a kényelmes használat érdekében.

Az áteresztő képesség a rétegvastagságtól erősen nemlineárisan függ. Ez azt jelenti, hogy rétegvastagság-változással nehéz pontosan követni a szűrés hatását. Ezt bemutató a 3.3. ábrán $l_0(\lambda) = \exp(-(\lambda - 600)^2/(2 \cdot 100^2))$, $h(\lambda) = (400/\lambda)^4$ függvényekkel, $x = 0,0; 0,1; 0,2; 0,5$ esetekben felrajzoltunk a fenti formulából számolható $l(x, \lambda)$ függvényeket. (És a szemléletesség kedvéért $h(\lambda)$ -t is.)

Látszik, hogy egyre vastagabb és vastagabb rétegek után a színek mindinkább eltolódnak a kék irányba, hisz a karakterisztikus távolság ott nagyobb, azaz ott átlátszóbb az anyag.

A színek hullámhossz szerinti integrálja az L_e sugársűrűség (lásd (1.19)), amiből a térszöggel és a felülettel való szorzással megkapható a szállított teljesítmény, de látható, hogy



3.3. ábra. Egyszerű teszt számítás színszűrő hatásának bemutatására.

nincs egyszerű összefüggés $L_e(x)$ -re, hisz az előzőek szerint:

$$L_e(x) = \int_0^\infty l_0(\lambda) t(\lambda, x) d\lambda \quad (3.16)$$

Ez az integrál nem egyszerűsíthető, ha $h(\lambda)$ -ról nem tudunk semmit. Ha véletlen épp $h(\lambda) = h = \text{állandó}$, akkor természetesen $L_e(x) = L_e(0)e^{-x/h}$, azaz a sugársűrűség (és a szállított teljesítmény is) a szokásos exponenciális lecsengést mutatja, általános esetben azonban nem mondhatunk semmit $L_e(x)$ csökkenésének módjáról.

Ehhez hasonlóan a fotometriai mennyiségek változását is csak az előzőhöz igen hasonló integrálokkal lehet kiszámítani:

$$L_v(x) = \int_0^\infty l_0(\lambda) V(\lambda) t(\lambda, x) d\lambda, \quad (3.17)$$

ahol $V(\lambda)$ az emberi szem spektrális érzékenységi függvénye, az így kiszámolt mennyiség pedig a fénysűrűség, ami azt jellemzi, mennyire látható egy fényforrás fénye.

Általános esetben (3.17) nem egyszerűsíthető. Nyilvánvaló azonban, hogy ha egy adott $t(\lambda, x)$ áteresztőképességű közegünk van, úgy kapjuk a legnagyobb fénysűrűséget, ha $l_0(\lambda)V(\lambda)$ maximuma ott van, ahol az áteresztőképesség maximuma is található.

Később látni fogjuk, hogy sok közegben a nagyobb hullámhosszak esetén nagyobb az áteresztőképesség, ezért ha olyan lámpát szeretnénk készíteni, aminek fénye messzire világít, nagy hullámhosszú, azaz vörös színű fényforrást kell választanunk.

3.2. Fénykibocsátás

Közegek belsejében levő kis szilárd részecskék vagy a közeg atomjai és molekulái nemcsak elnyelni, hanem kibocsátani is képesek a fényt. A fizikából tudjuk, hogy a kibocsátásnak két fő fajtája van: a spontán és az indukált, de utóbbi csak igen speciális körülmények között, a lézerek esetén játszik számottevő szerepet, így a hétköznapi gyakorlatban feltételezhetjük, hogy spontán kibocsátásról van szó.

Ez viszont azt jelenti, hogy a kibocsátást egy $F(\lambda)$ **forráserősséggel** jellemezhetjük, ami \Leftarrow **forráserősség** az egységnyi térfogatú közeg által kibocsátott sugárzás spektrális sugársűrűsége.

Elnyelődés nélkül nyilvánvaló, hogy a spektrális sugársűrűségekre vonatkozó egyenlet:

$$\frac{dl(x,\lambda)}{dx} = F(\lambda), \quad (3.18)$$

azaz

$$l(x,\lambda) = l_0(\lambda) + F(\lambda)x. \quad (3.19)$$

Ez azt jelenti, hogy a rétegvastagsággal arányosan növekszik a közeg járuléka.

A gyakorlatban azonban igen ritka a tisztán fénykibocsátó közeg: az esetek többségében a fény elnyelődése és kibocsátása együtt jár, azaz egy adott hullámhosszon sugárzó közeg általában elnyelni is képes azt. Ezért a gyakorlathoz sokkal közelebb állunk, ha egyszerre számolunk fénykibocsátással és -elnyeléssel, akkor homogén közegben:

$$\frac{dl(x,\lambda)}{dx} = F(\lambda) - \frac{l(\lambda)}{h(\lambda)}. \quad (3.20)$$

Ennek megoldása:

$$l(x,\lambda) = l_e(\lambda) + (l_0(\lambda) - l_e(\lambda))e^{-x/h(\lambda)}, \quad \text{ahol } l_e(\lambda) = F(\lambda)h(\lambda). \quad (3.21)$$

Ez tehát azt jelenti, hogy az induló $l_0(\lambda)$ színekpről exponenciális lecsengéssel vált át a színekpr az $l_e(\lambda) = F(\lambda)h(\lambda)$ egyensúlyi színekpre.

Ezt úgy látjuk megnyilvánulni a gyakorlatban, hogy vékony izzó közegen (kis láng) keresztül nézve a mögöttes tárgyak még látszanak, de igen vastag réteg esetén a kibocsátó közeg (vastag lángoszlop) saját ($l_e(\lambda)$) színét észleljük. Érdekes, hogy ez az egyensúlyi színekpr ugyanaz, mint az 1 optikai mélységű tisztán fénykibocsátó közegé.

(3.21)-t néha célszerű ebbe az alakba átírni:

$$l(x,\lambda) = l_e(\lambda) \cdot \alpha + l_0(\lambda) \cdot (1 - \alpha), \quad \text{ahol } \alpha = 1 - e^{-x/h(\lambda)}. \quad (3.22)$$

Ez az alak bizonyos szempontból jobban kifejező: a 0 és 1 között változó α tényező mutatja, hogy a közeg hatása milyen erős: $\alpha \ll 1$ esetén vékony közegünk van, és javarészt a közeg mögötti források fénye érvényesül, $\alpha \approx 1$ esetén pedig a köztes fénykibocsátó- és elnyelő anyag saját sugárzása dominál.

Az egymásra helyezett, részben átlátszó rétegek esetén ez a forma terjedt el számítógépes grafikai alkalmazásokban: ha egy alakzatnak megadjuk a színét (mondjuk RGB-ben) és hozzá az α értéket is, akkor azzal az áttetsző, színes rétegek modellezhetők. Pl. $\alpha = 0,2$ esetén a tárgy saját színe csak 0,2, míg a mögöttes szín 0,8 súllyal számít bele a kialakított színbe, míg $\alpha = 1$ esetén a tárgy mögötti részek nem befolyásolják a színt.

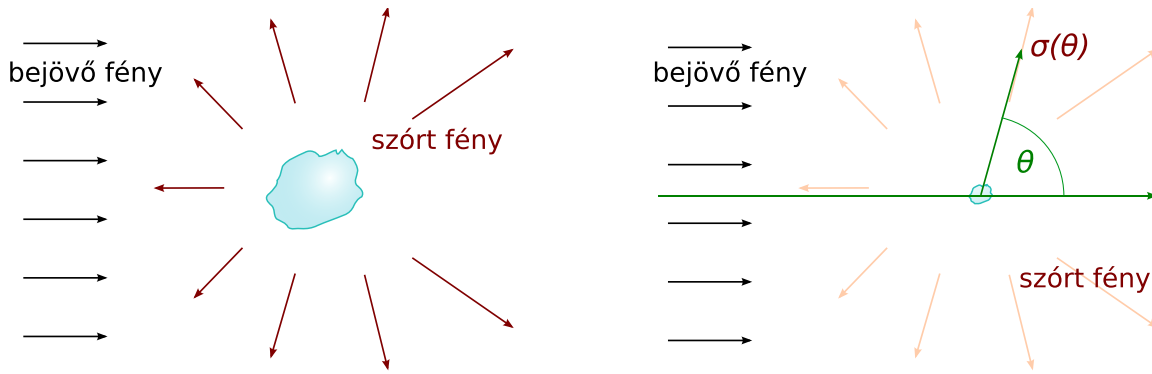
A számítások általánosíthatók helyfüggő esetre is, azaz $F(x,\lambda)$, $h(x,\lambda)$ esetekre, ezek analitikus kezelésével azonban nem foglalkozunk, mert túlmenne/ könyvünk keretein.

3.3. Fényszórás

3.3.1. A szórési hatáskeresztmetszet

Fényszórásnak nevezzük azt a jelenséget, amikor a fény a közeg kis részecskéin csak irányt változtat, nem elnyelődik vagy keletkezik. Könnyű belátni, hogy a fényszórás az előzőekben tárgyalt fényelnyelésnél és -kibocsátásnál sokkal összetettebb és matematikailag is nehezebben megfogható probléma. Nehéz pl. leírni a szórt fény irány szerint eloszlását.

A szórt fény irány szerinti eloszlását a 3.4. ábra alapján az egyenes továbbhaladáshoz képest mért θ szöggel fogjuk jellemezni, azaz megmondjuk, ebbe az irányba mennyi fény

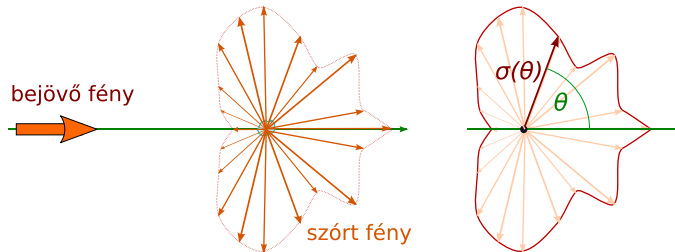


3.4. ábra. Fény szóródása kis részecskén; az irány szerinti eloszlás leírása

szóródik. A bejövő párhuzamos fénysugár erősségét a fotometriában tanultak alapján az egységnyi felületre eső teljesítményt kifejező E_e energiaáram-sűrűséggel, míg a szórt fényt az egységnyi térszögbe jutó I_e sugárerősséggel jellemezhetjük. Így a szóródást az alábbi **szórási hatáskeresztmetszet** mennyiséggel jellemezzük: \Leftarrow szórási hatáskm.

$$\sigma(\theta) = \frac{I_e(\theta)}{E_e}. \quad (3.23)$$

Igen jól áttekinthető ábrát kapunk, ha $\sigma(\theta)$ -t polárkoordinátákkal ábrázoljuk, ahogy azt a 3.5. ábrán mutatjuk. Ilyen ábráról jól látszanak azok az irányok, melyekbe sok szórt fény megy, így számítások nélkül is információt nyújtanak a szóráskor fellépő jelenségekről. Ezért a továbbiakban ezt az ábrát használjuk az egyes esetek szemléltetésére.



3.5. ábra. A szórási hatáskeresztmetszet polárkoordinátás ábrázolása.

Teljes általánosságban feltételezhetnénk egy olyan φ szögtől való függést is, mely a beeső fénnyel párhuzamos tengely körüli elforgatást írja le. A gyakorlati esetek többségében a szóró részecskék vagy gömbszimmetrikusak, vagy véletlenszerű orientáltságúak, így a szórt fény átlagában nincs ilyen irányú függés.

A szórási hatáskeresztmetszet fogalma tehát kicsit hasonlít a fenti elnyelési hatáskeresztmetszetre, de itt a szögtől való függés elbonyolítja a helyzetet.

Néha nem vagyunk kíváncsiak a szórt fény irányára, csak azt akarjuk tudni, mennyi fény szóródik összesen. Ekkor nyilván összegezni kell $\sigma(\theta)$ -t az összes irányra:

$$\sigma_{tot} = \int_{\Omega} \sigma(\theta) d\Omega = 2\pi \cdot \int_0^\pi \sigma(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (3.24)$$

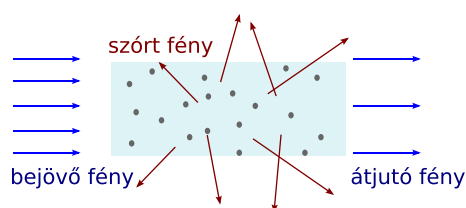
Felhasználtuk a $d\Omega/d\theta = 2\pi \sin \theta$ összefüggést, amit pl. (8.2) egyenletből lehet egyszerűen levezetni. (Amit itt θ -nak nevezünk, az ott α volt.)

3.3.2. A fényszórás hatásának számítása

Teljes általánosságban igen összetett számítással lehet csak követni, mi történik egy szóró közegben, mert a szórt fény újra és újra szóródhat, mindig a szóródási hatáskeresztmetszetnek megfelelő eloszlással, de véletlenszerűen választva irányt. Azt ezt leíró egyenletek önmaguk is igen bonyolultak, általános megoldásuk pedig többnyire nem lehetséges. Ezért az alábbiakban néhány olyan speciális esetet nézünk meg röviden, melyek olyan egyszerűek, hogy kezelhetők, és legalább közelítőleg megoldhatók.

A szórás, mint iránymenti fényelnyelés

Egy eredetileg párhuzamos nyaláb számára a szórt fény gyakorlatilag teljes veszteséget jelent, mert kicsi az esélye, hogy a szóródás épp az eredeti irányban történik. Ezért az eredeti irányú sugarak számára az előbbi σ_{tot} mennyiség ugyanazt a szerepet játssza, mint az elnyelési hatáskeresztmetszet, így azonos formulák (exponenciális lecsengés, ...) vonatkozik rájuk.



3.6. ábra. Iránymenti szóródás

A szél által felkavart homokszemcsék például a fény nagy részét nem nyelik el, hanem szórják, egy homokfelhőn keresztül nézve mégis jelentősen csökken a fényforrások fényereje. Valójában a fény ilyenkor nem elnyelődik, hanem oldalra szóródik, de a látóirány szempontjából ez veszteség.

Optikailag vékony közeg fényszórása

A gyakorlatban sokszor áll elő olyan eset, amikor egy domináns fényforrás világít meg egy ritka fényszóró közeget, ami a forrás fényének csak kis részét szórja.

Ilyenkor kicsi az esélye, hogy egy foton kétszer is szóródik, ezért jó közelítést kapunk a folyamatokról, ha az alábbiakat tesszük:

- σ_{tot} -ot, mint fényelnyelési hatáskeresztmetszetet használva, kiszámoljuk az energiasűrűség térbeli eloszlását megadó $E_e(r)$ függvényt.
- Az előbbi $I_e(\underline{r}, \theta) = E_e(\underline{r})\sigma(\theta)$ írja le az egyszeresen szóródó fényt. Ezt úgy tekintjük, mint egy fényforrási tagot, és a fentieknek megfelelően irányok mentén összeadjuk.

Természetesen ez csak egy közelítés, ami akkor mondható jogosnak, ha a σ_{tot} -ból számolható optikai mélység sokkal kisebb 1-nél, azaz ha $\sigma_{tot}n \ll d$, ahol d a fényszóró közeg vastagsága, n a részecskék koncentrációja.

Ilyen eset pl. a légköri poron, párán szóródó fényé. Éjszaka erős, közel párhuzamos nyalábot kibocsátó lámpa nyalábja jól látható oldalról, köszönhetően a fényszóródásnak.

Optikailag igen vastag közeg fényszórása

Az előző eset ellentéte az, ha a közeg paraméterei olyanok, hogy benne igen sokszor szóródik a fény, mielőtt áthaladna. Sok szóródás a fény irányának véletlenszerűvé válását jelenti, azaz közel izotrop (irányfüggetlen) lesz a sugárzás. Érdekes, hogy ez az eset a diffúzióra hasonlít, azaz pl. arra a jelenségre, amikor a levegőbe kerülő idegen molekulák a hőmozgás miatt mozogva, de az ütközések igen gyakori volta miatt állandóan irányt váltva lassan terjednek.

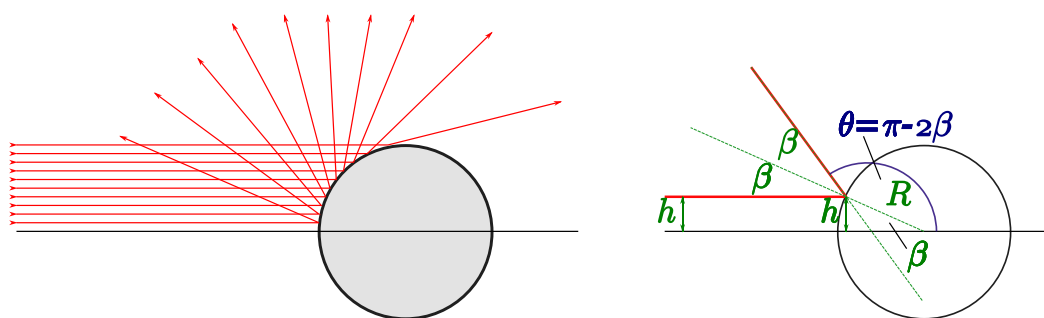
Ilyen esettel pl. sűrű köd belsejében találkozhatunk. Ha süt is a Nap, irányát nem tudjuk megmondani, mert a köd tetején még irányítottan belépő fotonok a sokszori fényszórás miatt szinte teljesen egyenlő valószínűséggel érkeznek minden irányból.

3.3.3. Szóródás nagy méretű részecskéken

A fény szempontjából „nagy méretűnek” a hullámhossznál sokkal nagyobb részecskék számítanak. Ebben az esetben a geometriai optika törvényei szerint kiszámíthatjuk a beeső fénysugarak irányváltozását és ebből a szórási hatáskeresztmetszetet.

Tükröző gömbök fényszórása

Vegyük először a teljesen tükröző gömb esetét. Ekkor a szóródó fénysugarak útja egyszerűen szerkeszthető a visszaverődési törvény alapján.



3.7. ábra. Fény szóródása fény gömbön

Használjuk a 3.7. ábra jelöléseit! A sok beeső fénysugár közül lesz, ami épp a középpont felé tart, ez az ábra szimmetriatengelye. Ettől h távolságra menő fénysugár úgy éri a felszínt, hogy β beesési szögére nyilván igaz:

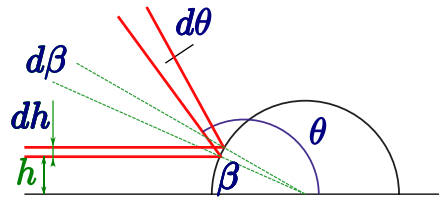
$$\sin \beta = \frac{h}{R}. \quad (3.25)$$

A visszaverődési törvény alapján ez úgy verődik vissza, hogy egyenes továbbhaladáshoz képesti szöge:

$$\theta = \pi - 2\beta = \pi - 2\arcsin(h/R) \quad (3.26)$$

lesz.

Ahhoz, hogy a szórási hatáskeresztmetszet (3.23) definíciója ki tudjuk értékelni ebben az esetben, tudnunk kell a θ irányba továbbmenő fény sugárerősségét. Ehhez meg kell határozni, hogy h és $h + dh$ közti tartományban mekkora teljesítményű sugárzás esik be, és ez a szóródás után mekkora térszögbe szóródik szét.



3.8. ábra. Fényes gömb szórási keresztmetszetének számításához

Az előbb említett h és $h + dh$ közti sugarak egy ilyen sugarakkal jellemezhető körgyűrű területét metszik ki a beeső fénysugárból. (3.7. és 3.8. ábrák csak metszetek, igazából ezeket a vízszintes tengely körül meg kell forgatni.) Ezért összesen

$$dA = \pi(h + dh)^2 - \pi h^2 = \pi(2h dh + dh^2) \approx 2\pi h dh \quad (3.27)$$

felületre eső, E_e teljesítménysűrűségű sugárzás szóródik θ irány közelébe. ($dh \ll h$, ezért a dh^2 -es tagot elhanyagolhatjuk.)

Ez

$$d\Phi_e = E_e dA = E_e 2\pi h dh \quad (3.28)$$

energiaáramot jelent, ami $\theta = \pi - 2\arcsin(h/R)$ szög kis $d\theta$ környezetébe szóródik. Nyilván:

$$\frac{d\theta}{dh} = -2 \frac{1}{\sqrt{1 - (h/R)^2}} \frac{1}{R} = -2 \frac{1}{R \cos \beta}. \quad (3.29)$$

Mekkora térszöget jelent a θ és $\theta + d\theta$ közti tartomány? (8.2) szerint $\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta)$, ezért

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = 2\pi \sin \theta, \quad (3.30)$$

azaz

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta = -\frac{4\pi \sin \theta}{R \cos \beta} dh \quad (3.31)$$

Ezt (3.28) egyenlettel összevetve a kért szögtartományba menő sugárerősség:

$$I_e(\theta) = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} = E_e \frac{hR \cos \beta}{2 \sin \theta} \quad (3.32)$$

(3.26) alapján:

$$\sin \theta = \sin(\pi - 2\arcsin(h/R)) = \sin(2\arcsin(h/R)) \quad (3.33)$$

Elemi összefüggések felhasználásával ez egyszerűsíthető:

$$\sin \theta = 2 \sin(\arcsin(h/R)) \cos(\arcsin(h/R)) = 2 \frac{h}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{R}\right)^2} = 2 \frac{h}{R} \cos \beta. \quad (3.34)$$

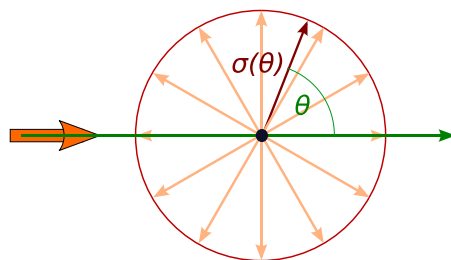
Ezt (3.32) egyenletbe beírva:

$$I_e(\theta) = E_e R^2 / 4 \quad (3.35)$$

Ezért a tükröző felületű gömb szórási hatáskeresztmetszete:

$$\sigma(\theta) = \frac{I_e(\theta)}{E_e} = \frac{R^2}{4}. \quad (3.36)$$

Ez a meglepően egyszerű eredmény azt jelenti, hogy a tükröző gömbön szóródó fény minden irányban azonos sugárerősségű, azaz a szórt fény izotrop. A 3.9. ábrán ezt az egyszerű esetet is bemutatjuk, hogy a későbbi, bonyolultabb esetekhez viszonyítási alapul szolgáljon.



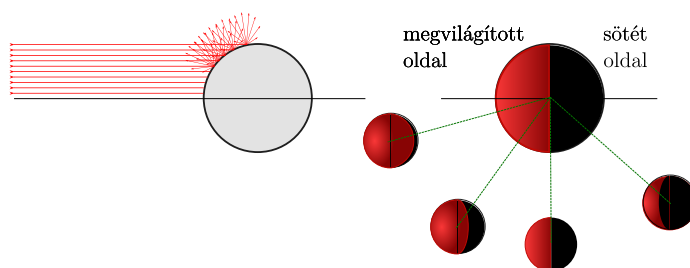
3.9. ábra. Tükröző felszínű gömb szórási hatáskeresztmetszetének szögfüggése.

Számításunk hihetőségének ellenőrzésére (3.24) alapján egyszerűen kiszámolható a teljes hatáskeresztmetszet, ami $R^2\pi$ -nek adódik, azaz visszaadja a gömb fény felé fordított keresztmetszetét.

Matt felszínű gömb fényszórása

Bizonyos szempontból az előző példa ellentéte az olyan egyenetlen felszínű gömb esete, mely teljesen szétszórja a fényt. Ezt részletes számításokkal nem követjük, mert a felület egyenetlenségei miatt igen összetett számításokra lenne szükség. Az előző esettel ellentétben ugyanis minden pontban azt kell feltételezni, hogy a fény szétszóródik a részecske felszínéről, így egy adott θ irányba a felület megvilágított részének sok pontjából érkezik fény.

Könnyű az esetet elképzelni, ha egy olyan pingponglabdára gondolunk, mely csak az egyik oldaláról van megvilágítva vagy a Holdra, ami a Naptól kapja a fényét, de egyenetlen felszíne szétszórja azt.



3.10. ábra. Matt felszínű gömb fényszórása

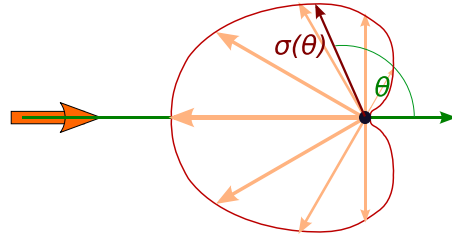
Ezt az esetet szemlélteti a 3.10. ábra. Látható, hogy adott irányhoz elég egyszerű megmondani, mekkora részét látjuk a megvilágított félgömbnek, de ez nem adja meg a szórási hatáskeresztmetszetet, mert a felszín egyes részei nem egyforma megvilágítást kapnak a különböző beesési szög miatt, és a szóródásnak is speciális irányfüggése van. (Lásd később.)

Számítással tehát nem tudjuk követni az esetet, de az biztos, hogy visszafelé sokkal több fény szóródik, mint előre. Ez a **visszaszórás** esete.

⇐ **visszaszórás**

A valóságban a teljesen tükröző és a teljesen matt esetek közti problémákkal találkozunk. Ezért általánosságban azt mondhatjuk, hogy egy átlátszatlan, a fény hullámhosszánál sokkal nagyobb részecske fényszórása visszafelé nagyobb, mint előre. A teljesen szimmetrikus eset csak a tökéletesen tükröző esetben valósul meg.

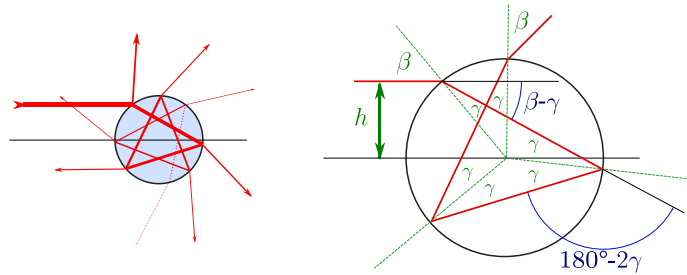
Egy tipikus, matt gömbön való szórás hatáskeresztmetszetének szögfüggését szemlélteti a 3.11. ábra.



3.11. ábra. Matt felszínű gömb szórási hatáskeresztmetszetének szögfüggése.

Átlátszó gömbök fényszórása

A szabadon eső vízcseppek a felületi feszültség hatására gömb alakot vesznek fel, amit csak nagyon erős, turbulens szél tud számottevően eltorzítani. Ezért eső, vízpára esetén az átlátszó gömbök fényszórásának esete áll fenn.



3.12. ábra. Fényszórás átlátszó gömbön. A sok lehetséges sugármenet (balra) és a belül kétszer visszaverődő eset áttekintése (jobbra).

A fénysugarak átlátszó gömbön való szóródását mutatja be a 3.12. ábra. Itt bal oldalon azt láthatjuk, hogy egy fénysugár minden közeghatárral való találkozáskor 2 részre oszlik, a visszavert és a megtört fénysugárra, de az energiamegmaradás miatt ezek fokozatosan gyengülnek. A jobb oldalon egy esetet, azt, amikor a fénysugár a gömb belsejében épp kétszer verődik vissza, mielőtt kijönne, külön kiemeltünk.

Számoljuk ki a beesési β szög függvényében a kijövő fénysugár θ irányszögét! Az irányszög számítása legyen a szokásos, azaz 0° az eredeti továbbhaladásnak feleljen meg és az óramutató járásával ellentétes irány legyen a pozitív. A 3.12. ábra alapján a közeghatár-váltáskor az irányszög mindig $(\gamma - \beta)$ -nyit, míg a belső visszaverődésekkor $(180^\circ - 2\gamma)$ -nyit változik. Ezért ha k -szor verődik vissza belül, akkor az irányszöge:

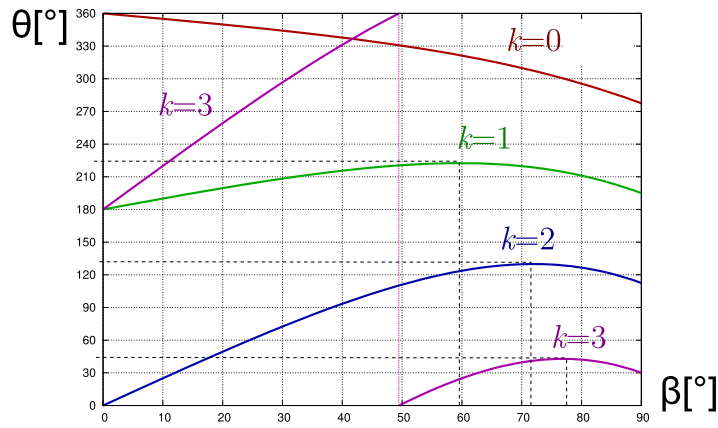
$$\theta_k(\beta) = 2(\gamma - \beta) + k \cdot (2\gamma - 180^\circ) = 2 \left((k+1) \arcsin \frac{\sin \beta}{n} - \beta \right) - k \cdot 180^\circ. \quad (3.37)$$

(Ide a Snellius-Descartes törvény alapján $\gamma = \arcsin(\sin \beta / n)$ -et beírtuk.)

Ezt a függvényt $k = 0, 1, 2, 3$ esetekre a 3.13. ábrán mutatjuk be, a víz $n = 1,33$ -as törésmutatójára számolva és a szögértékeket 0° és 360° közé átszámolva.

Látható, hogy egy adott k esetén $\theta_k(\beta)$ nem veszi fel az összes lehetséges értéket, hiába futja be β a teljes, 0° és 90° közti tartományt. Ez azt jelenti, hogy egy adott k esetén nem az összes irányba lesz szórt fényt.

Másrésről $k = 0$ kivételével a $\theta_k(\beta)$ -nak helyi maximuma van bizonyos szögeknél, ami azért különleges jelenség, mert ekkor a maximumhoz közeli β értékekhez tartozó összes



3.13. ábra. Vízgömbből kijövő fénysugár iránya k számú belső visszaverődés után, a beesési szög függvényében.

fénysugár körülbelül ugyanabba a $\theta_{b,max}$ irányba megy, így ezekben az irányokban különösen erős fényszórást kapunk. Hogy melyek ezek az irányok, azt θ_k/β deriválásával kaphatjuk meg:

$$\frac{d\theta_k}{d\beta} = 2 \left((k+1) \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta / n^2}} \cdot \frac{\cos \beta}{n} - 1 \right). \quad (3.38)$$

A maximumhelyek ebből $d\theta_k/d\beta = 0$ alapján egyszerűen kifejezhetők. A számítás végeredménye:

$$\cos \beta_{k,max} = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k(k+2)}}. \quad (3.39)$$

Ez alapján β_k meghatározható, és így (3.37) alapján az a szög is, amerre igen sok fénysugár szóródik.

k	$\beta_{k,max}$	$\theta_{k,max}$
1	59,6°	222,5°
2	71,9°	129,9°
3	76,9°	42,8°

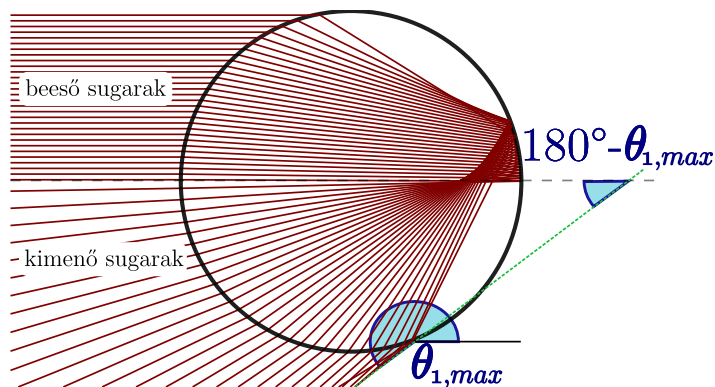
3.1. táblázat. A maximális fényszórás iránya vízgömbök esetében.

A $k = 1$ esetben a 3.14. ábra mutatja be, hogy mutatkozik meg ez a maximális hatáskeresztmetszet-irány a sugármenetekben. Itt azt láthatjuk, ahogy a sok bemenő sugár két törés és egy visszaverődés után mindenképp csak egy bizonyos szögtartományba verődik vissza, ennek széle felé pedig sűrűsödnek a sugarak.

Ha tehát a hátunk mögül érkező fény apró vízgömbökre esik, a $k = 1$ -es esethez tartozó fénysugarak egy $\theta_{1,max} - 180^\circ = 42,5^\circ$ fél-nyílásszögű kúp mentén erősíteni fogják egymást, azaz látómezőnkben egy $42,5^\circ$ sugarú tartományból erős visszaszórt fényt fogunk tapasztalni. Ez a jelenség kicsit hullámhossz-függő is, mert a víz törésmutatója pár százalékkal eltér a vörös és ibolya színek esetén, így az egyes színek erősítési iránya kissé eltérő lesz, azaz a fényforrás színét felbontva, koncentrikus körök mentén elrendezve fogjuk látni. Ez a **szivárvány** jelensége.

⇐ szivárvány

A $k = 2$ eset is egy szivárványnak felel meg, ami kb. $180^\circ - \theta_{2,max} = 50,1^\circ$ sugarúnak látszik, és ezt másodlagos szivárványnak szokás nevezni. (Szemben a $k = 1$ -hez tartozó elsődleges- vagy fő szivárvánnyal.)

3.14. ábra. A $k = 1$ eset sugármenetei.

3.15. ábra. Kettős szivárvány. [Forrás: Wikipédia]

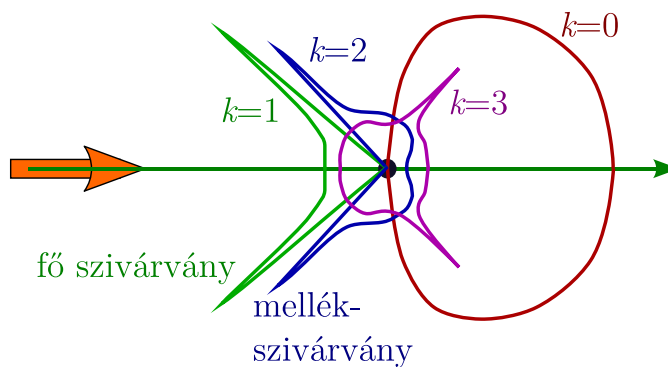
A $k = 3$ esetnek nem felel meg szivárvány, mert $180^\circ - \theta_{3,max} < 90^\circ$, így ez az erősítési irány az esőfüggönyön keresztül, közel a Nap irányába nézve lenne megfigyelhető, és ráadásul ez igen gyenge jelenség, így csak nagyon speciális körülmények közt pillantható meg. A még magasabb rendű erősítések közt van ugyan olyan, amely visszaszórást jelent, de ezek már annyira gyengék, hogy csak igen-igen ritkán láthatóak.

A $k = 0$ esetben pedig nincs is ilyen erősítési irány. A 3.13. ábra szerint ez az eset előreszórást jelent, még hozzá majdnem 90° -os tartományban, azaz ez nem szivárványszerű jelenséget produkál, hanem egy általános szórt fényt jelent a fényforrás irányának tág környezetéből.

Az itt tanultak nemcsak a szivárvány okát, hanem annak részleteit is felfedik. Például a 3.13. ábra szerint a $k = 1$ eset egy kb. 42° fél-nyílásszögű kúpon belül, míg a $k = 2$ eset egy kb. 50° fél-nyílásszögű kúpon kívülre jutó sugarakat mutat. Ezért az elsődleges szivárvány belseje, a másodlagos szivárvány külseje irányából kapunk észlelhető szórt fényt, a kettő közti körgyűrű pedig sötét. (Legalábbis a vízcseppekről szórt fény nem érkezik a szemünkbe innen.)

Most csak az erősítési irányokat állapítottuk meg. A fényes gömbhöz hasonló, de annál jóval bonyolultabb számításokkal a teljes hatáskeresztmetszet-függvény is megkapható lenne, de ez igen bonyolult számításokat jelentene, hisz azt is számolnunk kellene, hogy a közeget határral való találkozásakor hányadrész verődik vissza, és mennyi megy tovább, ... Könyvünk keretein túlmenne egy ilyen számítás, ezért csak hozzávetőlegesen rajzoljuk fel a vízgömb szórási keresztmetszetének irányfüggését a 3.16. ábrán. Itt a 3.14-nak megfelelő színekkel a $k = 0,1,2,3$ eseteket tüntettük fel.

A szivárvány egy igen szép és érdekes természeti jelenség, melynek rengeteg változata és kísérőjelensége van. Például a fő szivárvány belső felén sűrű színes sávok láthatók, mely a



3.16. ábra. Vízcsepp szórási hatáskeresztmetszetének közelítő irányfüggése.

fény hullámtulajdonságának hatására jön létre, vagy vízfelszínről visszaverődő napfény képes igen magas szögállású szivárványt létrehozni. Igen szép gyűjteményt találhatunk ilyen és hasonló jelenségekről [8]-ban.

3.3.4. Szórás közepes méretű részecskéken

A fényszóródás szempontjából közepesnek a fény hullámhosszának nagyságrendjébe eső részecskéket nevezhetjük. Ezek szóráselmélete elég bonyolult, mert már mindenképp szerepet kap a fény hullámtulajdonsága. Érdekes, hogy ebben a tartományban minden részecskét átlátszónak kell vennünk, a fény ugyanis hullámhosszának nagyságrendjében behatol az anyagba.

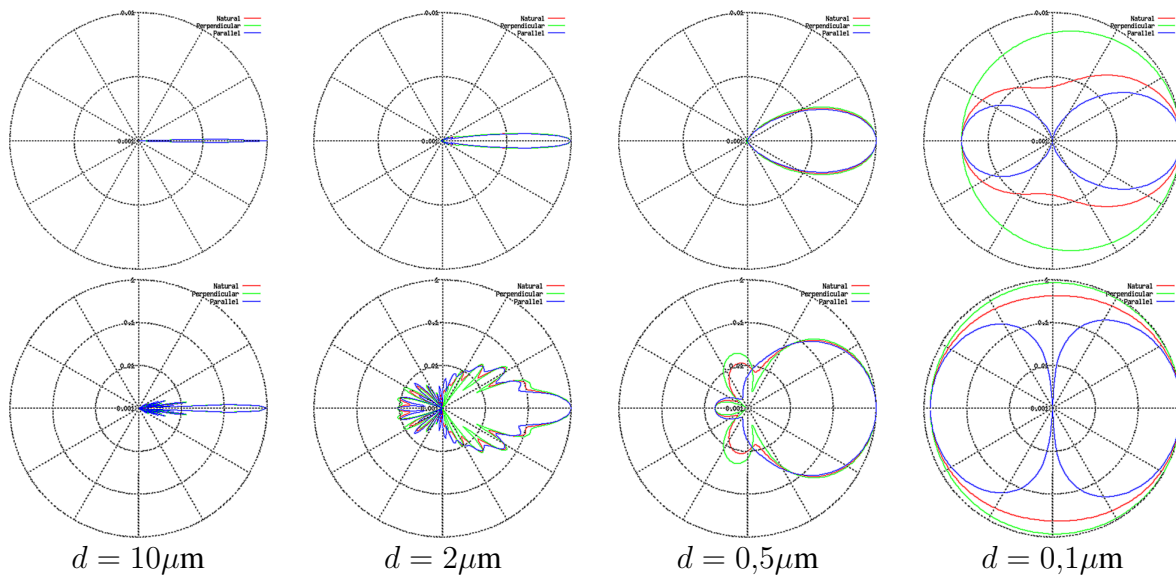
Ezen részecskékre vonatkozó szóráselmélet **Gustav Mietől** nevéhez fűződik, aki a fény ⇐ Mie, Gustav Maxwell-féle elektromágneses elmélete alapján sorfejtés formájában adta meg, mi történik, amikor a fény kis, n törésmutatójú gömbökön szóródik. Sajnos az elmélet, bonyolultsága miatt meghaladja könyvünk kereteit, ezért csak az eredményekből mutatunk be néhányat. Ezeket olyan számítógépes programok készítették, melyek Mie szórási elméletéből adódó formulákat értékelik ki.

Először egy sorozat ábrán a szóródási hatáskeresztmetszetet mutatjuk be $n = 1,33$ törésmutatójú gömbre, $\lambda = 500 \text{ nm} = 0,5 \mu\text{m}$ hullámhosszra. (Az ábrákat a [9] helyen elérhető szolgáltatással generáltuk.) A 3.17. ábrán a hullámhossz húsz-szorosa és ötödrésze közti tartományban mutatjuk be a Mie-szórás hatáskeresztmetszetét.

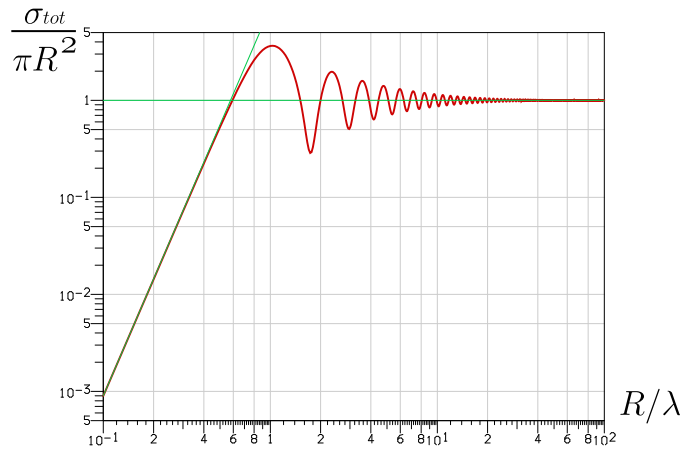
Az ábrán balról bejövő fény esetére van ábrázolva a szórt fény irány szerinti eloszlása. A különböző színű görbék a különböző polarizációs irányoknak felelnek meg: a kék az ábra síkjával párhuzamos, a zöld az arra merőleges polarizációt, a piros ezek egyenlő súlyú átlagát jelzi, hisz a természetben általában kevert polarizációjú fényforrásokkal találkozunk. Mindegyik esetet lineáris és logaritmikus skálán is ábrázoltuk, mert bár a lineáris tükrözi az intenzitásviszonyokat, ezen a kis erősítési irányok teljesen eltűnnek a nagyok mellett, míg a logaritmikusan ezek is láthatók.

Megfigyelhetjük, hogy nagy részecskék főként előre szórják a fényt, de sok kicsi mellék-erősítési irányuk is van. Ezek közelítőleg megfelelnek a szivárvány fent tárgyalt esetének. Ahogy csökken a méret, úgy szélesedik és rövidül az előre menő fő nyaláb és csökken a mellék-erősítési irányok élessége. A hullámhossznál sokkal kisebb részecske esetén pedig majdnem teljesen szimmetrikus lesz a szórás.

Mie elméletéből a teljes σ_{tot} is megkapható. Ezt mutatja be a 3.18. ábra.



3.17. ábra. Mie-szórás hatáskeresztmetszete lineáris (fent) és logaritmikus (lent) skálán, különböző átmérőjű gömbökre. ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$, $n = 1,33$.)



3.18. ábra. Gömb teljes szórási hatáskeresztmetszete a sugár függvényében. [Forrás: Wikipédia]

Láthatjuk, hogy a hullámhossznál nagyobb részecskék teljes szórási hatáskeresztmetszete közel megegyezik a geometriai $R^2\pi$ értékkel, pontosabban e körül oszcillál egyre jobban, ahogy közeledünk a hullámhosszhoz. Ezzel szemben a hullámhossznál kisebb részecskék esetén a hatáskeresztmetszet rohamosan esik, $R \ll \lambda$ estén aszimptotikusan $(R/\lambda)^4$ -nel arányosan.

Ez azt is jelenti, hogy a hullámhossznál nagyobb részecskék esetén a Mie-szórás csak enyhén függ a hullámhossztól, míg kis részecskékre $1/\lambda^4$ -nel arányos.

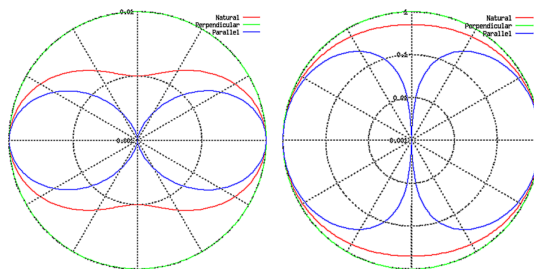
A közepes, tehát a hullámhossz néhányszorosa méretű részecskék így nagyjából hullámhossz-függetlenül, főként előre szórják a fényt, közelítőleg geometriai méretükkel megegyező össz hatáskeresztmetszettel.

Ez a helyzet a levegőben levő finom por és kis szemcsés pára esetén. Látni fogjuk, hogy ez több légköri fényjelenség oka.

3.3.5. Szóródás igen kicsi részecskéken

Mie előbb említett elmélete ezt az esetet is tartalmazza, a gyakorlati megnyilvánulás különböző jellege miatt azonban külön szokták tárgyalni, és részletes vizsgálójáról **Rayleigh-szórásnak** \Leftarrow Rayleigh-szórás nevezni ezt az esetet.

Az előzőekben már leírtuk, hogy a hullámhossznál sokkal kisebb részecskék lényegében szimmetrikusan szórják a fényt, de a szórási hatáskeresztmetszet erősen hullámhossz-függő: λ^{-4} -nel arányos. Utóbbi jól látszik a 3.18. ábrán, előbbi teljes bemutatásához $0,01\mu\text{m}$ esetére is kiszámoltuk a hatáskeresztmetszet szögfüggését, amit a 3.19. ábrán mutatunk be.



3.19. ábra. Rayleigh-szórás hatáskeresztmetszete lineáris (balra) és logaritmikus (jobbra) skálán. ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$, $n = 1,33$, $d = 0,01\mu\text{m}$.)

Látható, hogy a hullámhossznál sokkal kisebb részecske előre és hátra szimmetrikusan szórja a sugarakat, az egyik polarizációs irányt szögfüggetlenül, a másikat viszont $\theta = 90^\circ$ esetén egyáltalán nem. Kevert polarizációjú fényt tehát a Rayleigh-szórás az eredeti irányra merőlegesen fele akkora fénysűrűséggel szór, mint előre vagy hátra.

Ez a jelenség okozza pl. az égbolt kék színét. A levegő molekuláin, illetve a molekulák véletlenszerű mozgásából adódó ideiglenes sűrűség-ingadozásokon bekövetkező Rayleigh-szórás a kisebb hullámhosszakat sokkal erősebben szórja, mint a nagyokat, így a Nap sárgás fényéből főként a kék komponens szenved el ezt a jelenséget. Erről a következő fejezetben részletesen szólnunk.

3.3.6. Léggöri jelenségek

Az előzőekben megismert jelenségeket gyakran figyelhetjük meg a mindennapokban a szabad ég alatt. Az érdekességen és szépségen kívül gyakorlati jelentősége is van mindennek. Pl. a légkör Rayleigh-szórása okozza az ég kékjét, ami a legfontosabb fényforrás nappal árnyékban, vagy az itt tanultak alapján érthetjük meg a füst és por fénygyengítő, látási távolság csökkentő hatását.

Vegyük sorra, milyen komponensek találhatók meg a légkörben, és ezek milyen hatást okozhatnak:

Gázok. Közismert, hogy a levegőt főként nitrogén és oxigén molekulák alkotják, de nemesgázok, széndioxid, vízmolekulák és sok egyéb is található itt. Ezeknek a látható tartományba csak néhány színpvonal esik, így fényelnyelésük és kibocsátásuk jelentéktelen, de főként a víz és a széndioxid infravörös tartományban már jelentős elnyelő. (Ez hozza létre a klíma szempontjából igen fontos üvegház-hatást.)

A látható tartományban tehát optikailag vékonynak tekinthető a légkör gáz komponense, és az előbb tárgyalt Rayleigh-szórás a legjelentősebb effektus, ami a gázoknak köszönhető.

Por, füst. Természetes és emberi tényezők is juttatnak számottevő mértékű port a levegőbe. Ha a szilárd részecskék sokkal nagyobbak, mint a fény hullámhossza, akkor közel hullámhossz-függetlenül szórják a fényt, méghozzá a fentiek szerint főként visszafelé. A részecskék fajtájától függően a fényelnyelés is jelentős szerepet játszhat.

Kisebb részecskék esetében (amelyek a hullámhossz nagyságrendjébe eső átmérőjűek) a Mie-szórás fog dominálni, azaz főként előre szóródó fényt kapunk.

Vízcseppek. A hullámhossznál sokkal nagyobb vízcseppek (pl. esőcseppek) a fentebb tárgyalt módon hozzák létre a szivárvány és vele rokon jelenségeket. A cseppméret csökkenésével a hullámtulajdonság hatása jelentőssé válik és ez eleinte a szivárvány ívek elmosódását eredményezi, majd egész kis részecskeméretnél a Mie-szórás klasszikus esetét kapjuk (ez a köd és a felhők esete)

Jégkristályok. A magasabb légrétegekben a hőmérséklet jóval fagypont alatt van, így nyugodt légkörben szabályos kristályok tudnak növekedni. Ezek speciális, erősen irányfüggő szórási hatáskeresztmetszettel rendelkeznek, mely enyhén hullámhossz-függő (mivel a jég törésmutatója hullámhossz-függő). A jégkristályokon való fényszórás speciális, sokszor színes jelenségekhez vezet, amit általában vékony, magasan levő fátyolfelhő esetén tapasztalhatunk.

A légköri jelenségeket létrehozó fő fényforrások: (közvetlen és közvetett)

A Nap. A legfontosabb fényforrás. Színképe közelíthető egy 5800 K-es feketetest-színképpel, melyből néhány elnyelési vonal esetén részek hiányoznak.

A Hold. Mivel a Nap fényét veri vissza, színképe hasonlít ahhoz, de intenzitása sokkal kisebb. Ami a Nap fénye esetében lejátszódik, pl. szivárvány, az a Holdnál is megtörténhet, csak sokkal kisebb intenzitással, ezért nehezebben észlelhető.

Földi fényforrások. Az emberi tevékenység sokszor jár fénykibocsátással. Legjellemzőbb példa a városi világítás fénye, ami a légköri poron, párán, felhőkön szóródni képes, jól látható fényjelenségeket okozva. Például még viszonylag tiszta időben is észrevehető, hogy a városok fénye 20–50 km távolságból is egy „fénykupolát” rajzol az ég aljára, ami a közvilágítás fényeinek szóródásából adódik.

Visszavert fények. Például nyugodt vízfelszínről visszavert napfény elég erős lehet jól látható hatások kiváltására.

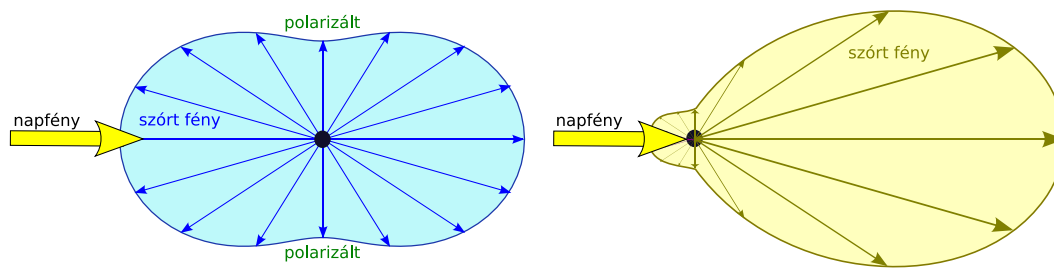
Szórt fények. Az ég kékje szórt fény, és ez fontos fényforrás is egyben. Pl. ez világítja meg a vastag felhők Nappal ellentétes oldalát, de bizonyos körülmények között a felhőkön Mie-szórást szenvedő fény szolgál fényforrássul.

Szűrt fények. Hullámhossz-függő szűrés esetén a maradék fény más fényforrásként viselkedik, mint az eredeti fényforrás. Tipikus esete a lenyugvó Nap vörös fénye, mint fényforrás. Ez pl. a légköri poron szóródva, létrehozza a jól ismert alkonypír jelenségét.

A sok-sok jelenség közül álljon itt néhány kicsit részletesebben bemutatva.

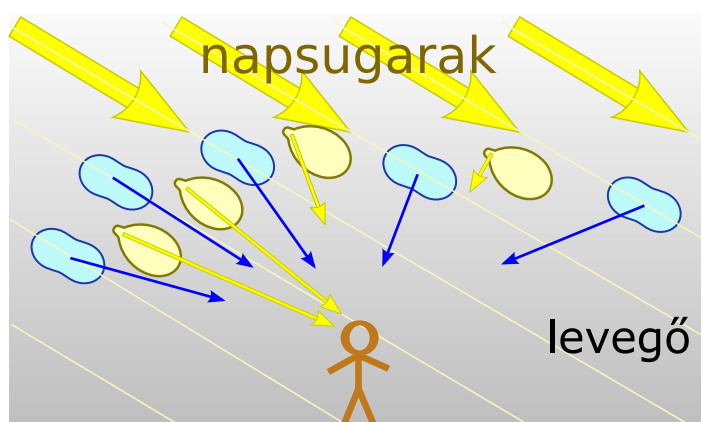
Az égbolt színei

Tiszta égbolton a levegő Rayleigh-szórása és a finom por illetve pára Mie-szórása a legfontosabb jelenség. Ezek különböző természetét fentebb részletesen tárgyaltuk, de az átláthatóság kedvéért a 3.20. ábrán a leglényegesebb vonásokat be is mutatjuk.



3.20. ábra. A Rayleigh- (balra) és a Mie-szórás (jobbra) fő jellemzőinek bemutatása.

Az ábrán a Rayleigh-szórás irányfüggését pontosan tudjuk ábrázolni, mert az nem függ a részecskéktől, a Mie-szórás ábrája azonban csak egy tipikus, átlagos diagram. Fentebb a Mie-szórás esetén sok kis mellék-maximum volt megfigyelhető, de ezek a légkörben kiátlagolódnak a sok különböző méretű részecske miatt.



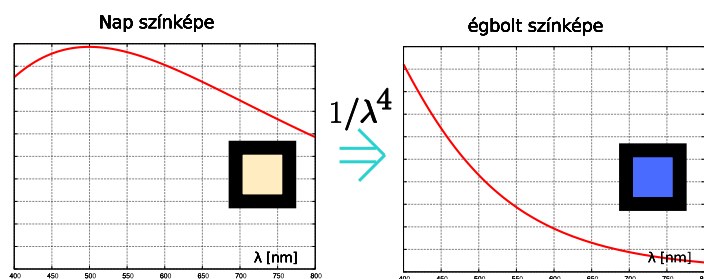
3.21. ábra. A légkör Rayleigh- illetve a finom por és pára Mie-szórása az égbolton.

Ez alapján a 3.21. ábra mutatja be, milyen jelenségekhez is vezet e két szórás. A Rayleigh-szórás az ég általános kék színét okozza, míg a Mie-szórás elsősorban a Nap iránya közelében figyelhető meg, mivel erősen dominál benne az előre szórás.

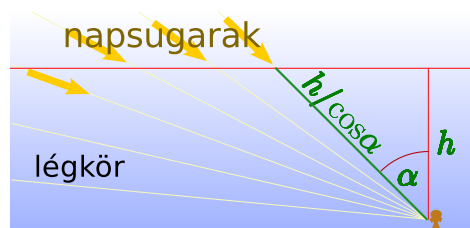
Abból, hogy a Rayleigh-szórás hatáskeresztmetszete $1/\lambda^4$ -nel arányos, ki számolható az égbolt közelítő színe. Ezt mutatja be a 3.22. ábra, ahol bal oldalon egy 5800 K-es feketetest-színkép, jobb oldalon ennek $1/\lambda^4$ -szere, valamint a két színképnek megfelelő színű négyzet (vastag fekete keretben) látható. A számításokat a későbbi, Színtan c. fejezetben leírtak alapján végeztük, 6500 K színhőmérsékletet gondolva a könyvet megjelenítő eszköz színhőmérsékletéül.

A légkör a Föld felszínén egy, a Föld sugarához képest igen vékony réteget képez. Ezért az égbolt jelenségeinek a felszín egy pontjáról történő vizsgálatokor úgy vehetjük, hogy a Föld lapos és a légkör komponenseinek paraméterei egy függőleges z koordináta függvényei, azaz csak a magasságtól függ a légkört alkotó gázok sűrűsége. Porból már kialakulhatnak kisebb felhők, de átlagosan ezek sűrűsége is erősen csökken a magasság növekedésével. Könnyű belátni, hogy ha a gázok és a por sűrűsége csak z -tól függ, akkor a függőlegessel α szöget bezáró irányban $\mu(\alpha) = \mu(0)/\cos \alpha$ oszlopsűrűséget észlelünk, hisz $1/\cos \alpha$ -val arányosan egyre vastagabb légrétegen nézünk keresztül. (Lásd 3.23. ábra.)

A légköri szóródási jelenségek első közelítésben tehát úgy foghatók fel, hogy egy konstans megvilágítást tételezünk fel, az így létrejövő konstans szórás egy fénykibocsátó közeg forrástagjaként szolgál, azaz a szórt fény sugárerőssége egy irányban $1/\cos \alpha$ -val is és az



3.22. ábra. A Nap közelítő színeképe és az ez alapján létrejövő Rayleigh-szórás spektruma és közelítő színe.



3.23. ábra. A légkör ozslopsűrűségének irányfüggése.

adott irányban vett szórási hatáskeresztmetszettel is arányos lesz.

Ezért az ég kékje (Rayleigh-szórás) a fejünk felett sötétebb, mint más irányokban és erre az irányfüggésre rakódik rá a Rayleigh-szórás irányfüggése, ami a Napra merőleges irányban fele akkora intenzitást jelent, mint a Nap közeli vagy azzal épp ellentétes irányok. Ezért pl. alacsony napállás mellett a zenit közelében nagyon kis intenzitású az ég kékje és a Nap irányára merőlegesen átfutó sötét sáv is megfigyelhető.

A por által okozott Mie-szórás viszont hatáskeresztmetszetének jellege miatt főleg a Nap kis szögtávolságú környékén lesz jelentős, illetve nagyon alacsonyan a horizont felett, ahol a látóirány miatt megnő az ozslopsűrűség.

Ezért a látóhatár környéke többnyire sárgás színezetű, hasonlóképp a napkorong egy bizonyos környéke is míg az ég többi része kék.

Természetesen a pillanatnyi légköri állapot ezt módosíthatja. Ha például sok a por a levegőben, az egész égboltról számottevő Mie-szórás juthat a szemünkbe, így az ég tiszta kék színébe sárgás árnyalat vegyül.

A krepuszkuláris sugarak

Az égbolt fényereje a fentiek szerint lassan változik, ha a látóirányt változtatjuk. Egész más a helyzet, ha valamilyen nagy tárgy árnyéka a légkör egy nagy darabja elől kitakarja a napfényt, így ott nem történik meg a fenti két szórás egyike sem. Ekkor az adott irányból az ég kisebb fényerejűnek, sötétebbnek látszik.

A jelenség leggyakrabban a felhők árnyékának hatásaként figyelhető meg. Egy egyenetlen szélű felhő árnyéka egy szabálytalan körvonalú, ferde hasáb alakú térrészt jelöl ki a légkörben, és itt a napsütötte résezkhez képest elhanyagolható mennyiségű szórt fény keletkezik. Legerősebben akkor látjuk e jelenséget, ha a hasáb (a felhő árnyéka) belsejében vagyunk, mert ilyenkor egyrészt a Nap fénye nem vakít el minket, másrészt a Napot eltakaró felhő irányába nézve közel párhuzamosan nézünk a hasáb alkotóival, így hosszú szakaszok mentén árnyékos vagy nem árnyékos levegő-részeket nézünk keresztül, ezért a jelenség kontrasztos lesz. Ilyen esetet mutat a 3.24. ábra.



3.24. ábra. A krepuszuláris sugarak egy felhő árnyéka esetében

Ritkábban figyelhető meg ugyanez a jelenség repülő által húzott vastag, egyenes kondenzcsík esetében, ami tulajdonképpen egy igen hosszúkás felhő. Ebben az esetben is a krepuszkuláris sugarak megpillantására akkor van esély, ha mi az árnyékban vagyunk, azaz tőlünk nézve a kondenzcsík átmegy a napkorongon. Ekkor benne vagyunk a kondenzcsík hosszú, lapos árnyéksávjában, így a kondenzcsík irányába nézve az ég kékje sokkal sötétebb lesz, ezért a csík közvetlen közelében, azzal párhuzamosan egy sötét sávot láthatunk húzódni.

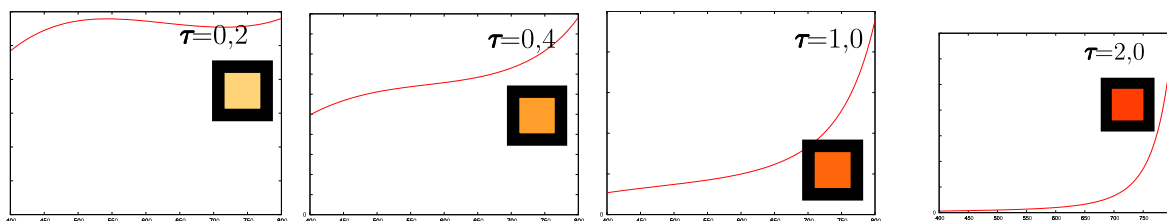
Néha már lenyugodott Nap esetében is láthatjuk e sugarakat, ha abban az irányban a látóhatár alatt magas hegyek találhatók. Ekkor a hegycsúcsok árnyéka rajzolódik sötét sávként az égre.

A krepuszkuláris sugarak egyszerű geometriai oknál fogva a Nap irányából látszanak jönni és így azt a látszatot keltik, mintha a felhő mögött megbújó Napból fénynyalábok mennének minden irányba szét.

Talán ez az alapja a Nap szokásos (kör, sugarakkal) való ábrázolásának.

A napkelte és -nyugta színei

A lenyugvó Nap vöröse az alapján érthető meg, hogy a Rayleigh-szórás főként a kék sugarakat szórja ki, így a maradékban több vörös komponens marad.



3.25. ábra. A Nap fényének elvörösödése tiszta Rayleigh-szórás esetén különböző optikai mélységek esetében.

A 3.25. ábrán különböző τ optikai mélységek esetén ábrázoltuk a Nap színekének torzulását ha tisztán Rayleigh-szórást tételezünk fel. (Az optikai mélység a 400 nm-es fényre vonatkozik.)

Láthatjuk, hogy az 5800 K-es induló feketetest-színképből (3.22. ábra bal oldlal) kiindulva (3.15) alapján számolva egyre vörösödő színképet és a valóságoshoz hasonló színeket kapunk. (A színhűség természetesen montor ill. nyomtató függő, de a sárgásból indulva a narancson át a vörösre jutunk el, ugyanúgy, mint a valóságban.)

Az itt vázolt jelenségek kombinációja is létrejöhet: ahová már csak az elvörösödött napfény jut el, onnan a por és a felhők is vörösés fényt fognak szórni, így nemcsak a Nap, hanem ez ég alja is vörös napkeltekor vagy -nyugtakor. Ilyen esetet mutat a 3.26. ábra.



3.26. ábra. A felhők vörös színe napnyugtakor

Szivárványszerű jelenségek

A „közönséges szivárvány” esetét a 3.3.3. fejezetben tárgyaltuk. Ott részletesen megnéztük, milyen egy átlátszó, hullámhossznál sokkal nagyobb átmérőjű gömb fényszórása és a helyi erősítési irányok jelölték ki a szivárvány-íveket.

Az égbolton sok hasonló jelenség figyelhető meg, melyek lényege, hogy víz- és jégreszecskek szórási hatáskeresztmetszete bizonyos irányokban erősítést mutat, de a részletek esetről esetre változnak. Ezeket szokás **halo-jelenségeknek** nevezni. A következőkben a teljesség ⇐ halo-jelenség igénye nélkül említünk meg párat ezek közül.

A 22°-os gyűrű. A Nap és a Hold körül látszik, ha fátyolfelhőn keresztül világítanak, és a felhőben hatszöglapú jégkristályok vannak. Véletlenszerű orientáció esetén a hatszöglapok által prizmaként megtört fény iránya nem lesz véletlenszerű, hanem $\theta = 22^\circ$ esetén maximumot mutat. A jelenség hullámhossz-függő, így ideális körülmények között színesnek láthatjuk.

A gyűrűhöz gyakran különböző érintők mentén fényes ívek csatlakoznak, különösen ha a Nap horizont feletti magassága kicsi. Ezeket is az előbb említett jégkristályok okozzák.

Hamis Nap és Hold. Az előzőhöz hasonlóan hatszöglapú jégkristályok által okozott jelenség, csak itt a jégkristályok bizonyos térbeli rendezettségét mutatnak, ezért a fényjelenség nem körszimmetrikus, hanem a Naptól vagy Holdtól jobbra és balra, velük azonos horizont feletti magasságban tűnik fel egy-egy fényfolt, ami ideális körülmények között színes. A térbeli rendezettség pl. akkor jön létre, ha a felső légkör nyugodt és a kis jégkristályok lassan esnek lefelé. Ilyenkor a leejtett papírlaphoz hasonlóan a kristály-lapok legnagyobb felületüket nagyjából vízszintesbe fordítva hullanak.

A hamis Nap és Hold jelensége gyakran együtt jár a 22° -os ívvel: a nem rendezett kristályok okozzák utóbbit, a rendezettek az előbbit. Így ideális körülmények közt a Nap körül egy 22° sugarú körív látszik, melynek vízszintes átmérőjének végpontjainál egy-egy fényesebb, esetleg szivárványszínű folt van.

A jelenség hazánkból is gyakran megfigyelhető, ha tudjuk, milyen légköri viszonyok között és milyen irányban érdemes keresni.

Előfordulhat, hogy a felkelő Nap esetén a hamis Nap igen fényes és ha mondjuk a valódi Napot egy hegy takarja tőlünk, a hamis Napot nézhetjük valódinak.

Fehér szivárvány vagy ködszivárvány. Kialakulása hasonló a klasszikus szivárványéhoz, csak itt a fény hullámhosszát megközelítő méretű cseppeken a fényelhajlás miatt összekeverednek a színek és csak egy fehér ívet látunk. Ezt gyakran akkor figyeljük meg, ha mi ködmentes helyen állunk, de közelünkben éles határvonalú ködfoltra süt a Nap.

4. fejezet

Fényterjedés közeghatárokon

Ebben a fejezetben azt az esetet tárgyaljuk, amikor a fény közeghatárra érkezik. Ennek legegyszerűbb esetét, a teljesen sima felületeket az elemi optika kurzusok tárgyalják: tudjuk, hogy ilyenkor a fény két sugárra oszlik, az egyik behatol az új közegbe, ennek irányát a Snellius-Descartes törvény adja meg, a másik visszaverődik a felületről az Euklidesz által felfedezett egyszerű visszaverődési törvény szerint.

A nem sima felszínű közeghatárok viszont már sokkal bonyolultabb jelenségeket mutatnak. Amennyiben a határ geometriájában a fény hullámhosszal összemérhető struktúrák vannak, az interferencia-jelenségek is szerepet kapnak. A hullámhossznál sokkal nagyobb méretű rücskösség hatása ugyan elvileg követhető a felszín részletes modellezésével, sok fénysugár útjának kiszámításával, de ez a gyakorlatban többnyire elfogadhatatlanul sok számítást eredményez.

Ezért a nem sima közeghatárok kezelését a fény szóródásához hasonlóan tehetjük meg, azaz a sima felszín esetén érvényes továbbhaladási irányokhoz viszonyított szög függvényében megadjuk, mekkor része szóródik a fénynek abba az irányba.

4.1. Sima közeghatár esete

A sima közeghatárokról való visszaverődést és törést egyszerű szabályokkal írhatjuk le. A fénysugár beesési pontjában legyen \underline{n} a felület kifelé mutató normálvektora.

4.2. Diffúz közeghatár esete

4.2.1. Lambert-féle felületek

4.2.2. Felületi diffúziós modellek

III. rész

A fény észlelése

5. fejezet

A szem felbontóképessége

Szemünkkel nem tudunk tetszőlegesen kis részleteket megpillantani. Ennek okai:

- a szemlencse szélén fellépő fényelhajlás;
- a szemlencse hibái;
- az érzékelő sejtek közti távolság.

Egy átlagos szem esetén ezek nagyjából egyensúlyban vannak és mindegyik azt eredményezi, hogy közel 1 ívperces távolság kell két pontszerű forrás megkülönböztetéséhez (a látómező közepén, nappali látásnál).

Mint fentebb említettük, a fotoreceptorok sűrűsége nem egyenletes a retinán, így pl. nappali látás esetén a látómező közepén egy kis területen láthatunk teljes élességgel, ettől távolodva az receptorok sűrűsége erősen csökken, így a felbontóképesség is romlik. Erről azért nem veszünk mindig tudomást, mert mihamarabb érdekesnek látunk valamit látómezőnk széle felé, automatikusan „odakapjuk tekintetünket”, azaz az érdekes részt a látómező közepére hozzuk.

Ha kis önfegyelemmel legyőzzük a tekintet automatikus odafordításának kényszerét, könnyű megfigyelni a látómező széle felé csökkenő felbontóképesség hatását. Nézzünk például egy nyomtatott oldalon egy sor elejére egy szemmel, majd nagyon ügyelve, hogy szemünk ne változtassa meg helyzetét, próbáljuk a betűket olvasni a sor távolabbi részein. Távolodva a látómező közepétől, egyre életlenebb betűket látunk, végül csak a sorok futása vehető ki.

5.1. A fényelhajlás hatása

Tökéletesen kör alakú pupilla esetén a fényelhajlás az **Airy-korong** jelenségét hozza létre retinánkon. Ez azt jelenti, hogy még tökéletes lencse-alak esetén is egy pontszerű fényforrás képe elkenődik: a fény túlnyomó többsége egy $\varphi = 1,22\lambda/D$ átmérőjű korongba koncentrálódik. ⇐ Airy-korong

Egy átlagos emberi szem esetén D legalább $D_0 = 2 \text{ mm}$ (nappali, erős fényre jellemző érték), így az Airy-korong sugara az emberi szem által legjobban érzékelt 550 nm-es hullámhosszon:

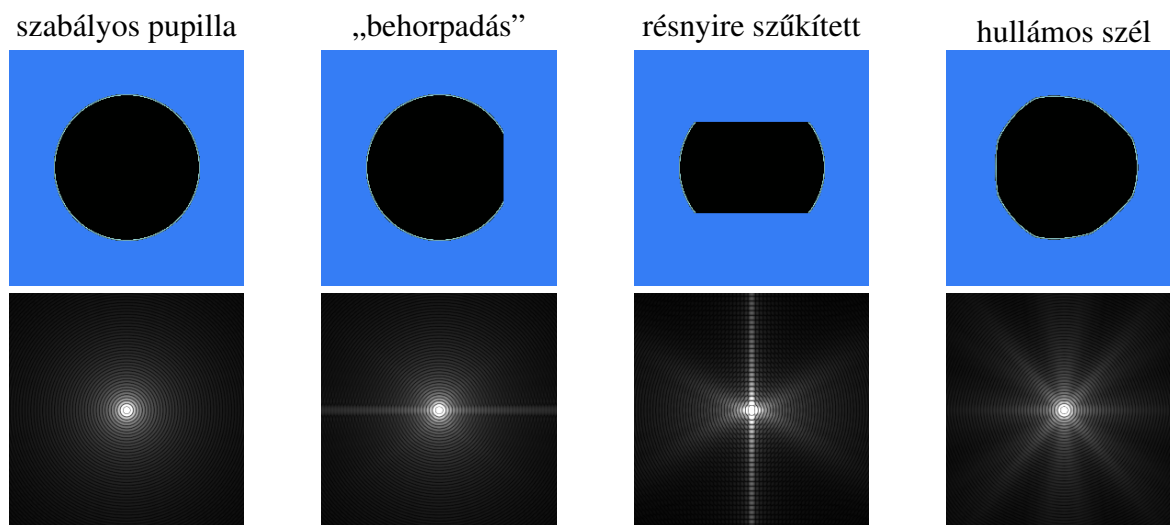
$$\varphi_0 = 1,22 \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{0,002 \text{ m}} = 0,000336(\text{rad}) = 0,0192^\circ \approx 1,15' \quad (5.1)$$

Az aposztróf jel az ívperc, azaz a fok 60-ad részének jele. $1^\circ = 60'$. Ezt ma már egyre kevesebb helyen használják, mert a tizedes jelölés kiszorítja, de még találkozhatunk vele.

Gyengébb megvilágításnál D ennél nagyobb, így az Airy-korong sugara ennél kisebb lesz, pl. egy félhomálybeli $D^* = 5$ mm-es érték esetén $\varphi_0^* = 0,46'$.

A fényelhajlás az Airy-korongon kívülre is szór fényt. Ez azonban sokkal kisebb intenzitású, mint a korong maga, így ennek hatása csak akkor észlelhető, ha egy fényes tárgy mellett sötét környezet van így a fényes tárgy halvány szórt fénye a sötét háttér előtt észlelhetővé válik. Különösen jelentős ez, ha a pupilla kicsit szabálytalan körvonalú: ekkor a fényelhajlás egy sugaras szerkezetet hoz létre.

Az e mögött levő elmélet tárgyalása meghaladja kereteinket, csak annyit említünk meg, hogy ha egy irányban csökken a pupilla mérete, abban az irányban és a 180° -kal eltérően is megjelenik egy „sugár”. Ezt szemlélteti az 5.1. ábra. Itt középen erősen túlexponáltan láthatjuk az Airy-korongot. A teljes diffrakciós képeken az Airy-korong méretének 30-szorosa átmérőjű terület látszik.



5.1. ábra. Pupilla alakok és diffrakciós képeik.

Az átlagos ember pupillájának hibája nem olyan mértékű, hogy nappali fényviszonyok közt észrevehetően jelentkezne ez a sugaras szerkezet. Éjszaka, kis kiterjedésű fényforrások közelében azonban jól észlelhető.

Legfeltűnőbb jelenség, hogy a fényelhajlás miatt a valójában pontszerű csillagokat „sugarasnak” látjuk. Innen származik a csillagok szokásos ábrázolási módja. Érdekes kipróbálni ezt éjszaka külön-külön mindkét szemünkkel.

5.2. A fotoreceptorok sűrűsége

Nappali fényben a csapokkal érzékeljük a fényt. Mint fentebb elmondtuk, ezek sűrűsége a látómező közepén átlagosan $200\,000$ csap/mm². Szabályos háromszöghálós elrendeződést feltételezve ez a szomszédos csapok közt $0,003\text{ mm} = 3\text{ }\mu\text{m}$ -es távolságot jelent. A szem átmérőjét 24 mm -nek véve az ennek megfelelő látószög: $\tan^{-1}(0,003/24) = 0,0072^\circ = 0,42'$.

Ez tehát megfelel az átlagos nappali látásra vonatkozó $\varphi_0^* = 0,46'$ -es értéknek, és más pupillaméreteknél is ez a nagyságrend jellemzi a fényelhajlás hatását. A kapcsolat nyilván nem véletlen: a sűrűbb receptorhálózatnak nincs értelme, mert csak az Airy-korongokat látnánk, a ritkább hálózat viszont nem használná ki a szemlencse által alkotott kép lehetőségeit.

A csapok sűrűsége a látómező közepétől távolodva gyorsan csökken.

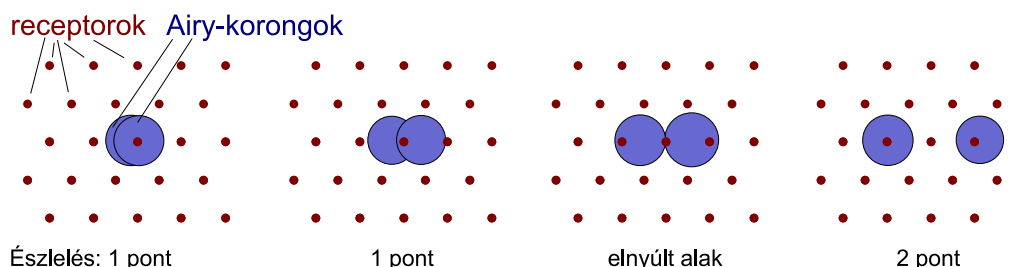
5.3. A felbontóképesség számszerű jellemzése

Milyen adattal lehetne jellemezni tehát az emberi szem felbontóképességét? Több választás is van, pl.:

- Milyen szögtávolságú pontokat látunk külön-külön?
- Milyen szögtávolsággal jellemezhető rácsozatban vesszük észre a külön-külön vonalakat?
- Milyen szögátmérőjű korongot látunk nem pontszerűnek?
- Milyen sugarú kört érzékelünk körnek? (Tehát látjuk a lyukat is a közepén.)

E lehetséges definíciók nem adják ugyanazt az értéket, hisz részben alakfelismerési vonatkozásuk is van, azaz a pontos érték agyunk működésétől is függ.

Az első esetet szemlélteti az 5.2. ábra, ahol azt láthatjuk, hogy két ha az Airy-korong sugara és a receptorok távolság kb. egyforma (mint a szem esetén ez közelítőleg teljesül is), akkor kb. 2 rácstávolságra levő pontszerű fényforrások különíthetők el.



5.2. ábra. Két pontszerű fényforrás szétválasztása.

Azt mondhatjuk tehát, hogy átlagos megvilágítás esetén két pontszerű fényforrást már meg tudunk különböztetni egyetlenről (elnyúltak látjuk), ha szögtávolságuk $0,4' - 0,5'$, de megbízhatóan elkülöníteni őket csak $0,9' - 1,0'$ szögtávolság esetén lehetséges.

E számításokkal összhangban levő eredményeket adnak a kísérletek is. Ezek az egyének eltéréseit is megmutatták, így tudjuk, hogy az előző értékek átlagnak elfogadhatók, de egészséges szemek esetén is akár 50%-os eltérések előfordulhatnak.

5.4. Méretezési problémák

Az előzőek szerint átlagos emberi szem kb. $1'$ szögtávolságra levő pontokat tud egymástól megkülönböztetni. Bár tudjuk, hogy ez egy közelítő érték, ami egyénfüggő is, közelítő számításokat lehet ez alapján végezni monitorok, vetítővásznak, nyomtatványok **képének méretezésével** kapcsolatban. ⇐ képek méretezése

Nézzünk egy képet merőlegesen h távolságból. Akkor látjuk a kép képpontjait (**pixel** ⇐ pixel) külön-külön, azaz akkor vesszük észre minden részletet, ha két pixel x_0 távolsága: $x_0 = h \tan \varphi_0$. ($\varphi_0 = 1'$)

Legyen a látott kép vízszintes mérete X , ez irányú pixelszáma R_x . Határhelyzetben a képméret:

$$X_0 = R_x \cdot h \tan \varphi_0 \quad (5.2)$$

Gyakorlatban fárasztó, ha a szem és az agy arra van kényszerítve, hogy a határérték körüli felbontáson dolgozzon, ezért ha nem a kép valószerűsége a cél, akkor ennek $P = 1,5$ – 2 -szerese ajánlott, azaz az ajánlott méret kb.:

$$X_a = PR_x \cdot h \cdot \tan \varphi_0 = R_x \cdot h \cdot P0,00029 \approx \frac{R_x \cdot h \cdot P}{3500} \quad (5.3)$$

Nevezzük P -t „**pihentetési faktornak**”. Ennek értékét válasszuk 1-nek vagy kisebbnek, ha \Leftarrow **pihentetési faktor** azt akarjuk, hogy az átlagos szemű néző ne tudja elkülöníteni a képpontokat (pl. egy fotó megjelenítésekor), de legyen 1,5 vagy 2 az értéke, ha az a cél, hogy a kép legvékonyabb vonalai, legkisebb részletei is érzékelhetőek legyenek (pl. egy előadás anyagának kivetítésekor).

Az előző számításban több mindent elhanyagoltunk, pl. azt, hogy ha a kép közepére nézünk merőlegesen, akkor a szélére már bizonyos szög alatt látunk rá. Az egyéni különbségek, a felbontóképesség megvilágítástól való függése és több más bizonytalanság azonban eleve csak közelítő tervezést tesz lehetővé.

5.4.1. példa: Milyen pixelszámot érdemes használni egy 15 colos monitoron, ha 60 cm-ről nézzük?

Megoldás: A 15 col ilyen környezetben a képátlót jelenti. A hagyományos monitorok esetén az oldalarány 4:3, azaz ha a vízszintes méret X , a függőleges pedig Y , akkor $X = (4/3)Y$. A „col” pedig egy angolszász körökben máig is gyakran használt távolságegység, értéke kb. 25,4 mm.

Ekkor az átló:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{X^2 + \left(\frac{3}{4}X\right)^2} = X\sqrt{1 + \frac{9}{16}} = X\frac{5}{4}$$

Az előző jelölésekkel tehát: $X_a = (4/5)F = (4/5) \cdot 15 \cdot 0,0254 = 0,3048$ m.

Átrendezve a fenti (5.3) egyenletet, az ajánlott pixelszám vízszintesen:

$$R_x = \frac{3500X_a}{Ph} = \frac{1778}{P} = \begin{cases} 1185, & \text{ha } P = 1,5 \\ 889, & \text{ha } P = 2 \end{cases}$$

Ez összhangban van a gyakorlattal: Egyes emberek, akiknek vagy gyengébb a szemük, vagy egyszerűen nem szeretik a kis részleteket „bogarászni”, 15 colos monitor 60 cm-ről történő nézése esetén $P = 2$ -vel $R_x = 800$ pixelt szeretnek (vízszintesen) használni, míg élesebb szeműek $P = 1,5$ -tel 1024-et.

A $P = 1$ -nek megfelelő $R_x = 1778$ érték pedig érezhetően túl finom: ilyen felbontásnál a gyakorlatból is tudjuk, hogy a kis részletek összefolynának. A monitorok szokásos felhasználása esetén ez nem fogadható el, de egy hasonló problémára ez adja a választ: ennyi képpont kell vízszintesen, ha egy 15 col képátlójú, 4:3 oldalarányú fénykép vagy nyomtatást 60 cm-ről nézünk és nem akarjuk a pixelezettséget látni.

5.4.2. példa: Egy tanteremben 4 m széles vetítövásznon található, melyre 1024x768 felbontással vetítjük ki a képet. Milyen távolságból kényelmes nézni ezt? Milyen távolság esetén folynak össze a legkisebb részletek a hallgatóság előtt?

Megoldás: A fenti jelölésekkel $R_x = 1024$, $X_a = 4$ m, így a vászontól mért távolság (5.3) szerint:

$$h = \frac{3500X_a}{R_x \cdot P} = \frac{13,7}{P} = \begin{cases} 6,8 \text{ m}, & \text{ha } P = 2 \\ 13,7 \text{ m}, & \text{ha } P = 1 \end{cases}$$

A kb. 7 m-re ülőknek nem kell egy kicsit sem erőlködniük a részletek meglátásáért, de a 14 m-re levők már egyes részleteket nem tudnak kivenni a vásznon.

Érdemes ezeket a számításokat az általunk elérhető termekre alkalmazni. A szerző tapasztalata, hogy a legtöbb esetben jól vannak a méretek beállítva, de főleg nagy termek esetén a hátsó sorok gyakran túl kicsi képméretet láthatnak.

6. fejezet

A fényességhez való alkalmazkodás

Szemünk képes a csillagok fényét érzékelni, de a nappali verőfényben is működőképes marad. Ennek a fantasztikusan széles működési tartománynak 3 fő összetevője van:

- A pupillaméret automatikus változtatása.
- A pálcikák és csapok eltérő működési tartománya.
- A pálcikákban és csapokban lezajló biokémiai folyamatok.

Mint fentebb említettük, egy átlagos felnőtt pupillájának átmérője 2 és 8 mm közt változik a megvilágítás függvényében, azaz 1:16 arány van a maximális és minimális fényérzékelő felület között. Bár ez fontos, de önmagában nem lenne elegendő az előbb említett széles működési tartományhoz.

Az éjszakai látásért felelős pálcikák és csapok érzékenységi görbéi nagyon eltérnek, ezért nehéz ezek viszonyát egyetlen adattal jellemezni. A korábban leírtak szerint (lásd az 1.3.2. fejezetben) kb. $0,01 \text{ cd/m}^2$ alatt a pálcikák, 1 cd/m^2 felett a csapok, a köztes tartományban mindkét érzékelőfajta működik.

A szem nagy dinamikai tartományáért viszont legnagyobb részt az érzékelősejtek biokémiai folyamatai felelősek, hisz láthatjuk: egy típus önmagában kb. egymilliószoros intenzitástartományt fog át. Ezt tárgyaljuk a következőkben részletesen.

6.1. Folyamatok az érzékelősejtekben

Az érzékelősejtekben a látás szempontjából legfontosabb szerepet egy molekula, a **rodopszin** ⇐ rodopszin játssza, amely a beérkező fény hatására lebomlik és ez olyan biokémiai folyamatot indít el, melynek végén egy jel indul a receptorsejtől a retina mélyebben fekvő részei, majd az agy felé.

Az érzékelőkben levő rodopszinnal három fő folyamat történik:

1. termelődés (biológiai folyamatok révén);
2. spontán bomlás (a hőmozgás hatására);
3. indukált bomlás (a beérkező fotonok hatására).

A **termelődés** a szervezet egy adott állapotában kb. állandó sebességgel történik. Ezt a ⇐ termelődés (rodopszin) sebességet befolyásolják a szervezet bizonyos paraméterei, pl. a szem vérellátásának jósága vagy a rodopszinhoz szükséges alkotó anyagok koncentrációja, de egészséges szervezetnél ezt adottnak tételezhetjük fel.

A rodopszin könnyen **bomlik** (ezért is alkalmas a fény érzékelésére), de ez azt is jelenti, ⇐ spontán bomlás hogy néha beérkező fotonok nélkül is elbomlik egy-egy molekula. Ez a folyamat semmilyen

külső hatástól nem függ, így egy molekula esetén időegységenkénti valószínűsége állandónak vehető, azaz egy érzékelősejt rodopszinmolekulái között a spontán bomlások időegység alatti száma egyenesen arányos a meglévő molekulák számával.

Az **indukált bomlások** egy foton és egy rodopszinmolekula kölcsönhatását jelentik, ezért időegység alatti számuk egyenesen arányos mind az érzékelőben levő rodopszin koncentrációjával, mind a beeső fény intenzitásával. Agyunkba pedig az indukált bomlások számával közel azonos intenzitású jel indul, ezért az észlelt fényerő mind a beeső fényintenzitástól, mint a rodopszinkoncentrációtól függ. ⇐ indukált bomlás

E folyamatok egyensúlya a szem érzékenységének adaptációját eredményezi. Például alacsony megvilágítás mellett az indukált bomlások száma kicsi, de épp ezért a rodopszinkoncentráció meg tud nőni, ami a beeső (kis számú) fotonra nagyobb érzékenységet eredményez. Erős megvilágítás mellett pedig az indukált bomlások alacsony egyensúlyi rodopszin-koncentrációt eredményeznek, ami egyben kis érzékenységet jelent.

Az érzékelősejtekben zajló folyamatok ilyen hozzávetőleges ismerete is elegendő néhány hétköznapi jelenség megértéséhez. Például világos helyről sötét helyiségbe lépve eleinte nem látunk semmit, csak sok perc után kezdünk tájékozódni tudni. Az ok nyilvánvaló: percek kellene, amíg szervezetünk fel tudja tölteni rodopszinnal receptorainkat.

Sötétbe szokott szemmel pedig világosba lépve hirtelen elkáprázódik látásunk, mert a rodopszinkoncentráció még nagy és a fényintenzitás is magas, ezért rendkívül erős fényérzet jel megy agyunkba.

A következőkben e folyamatok egyszerű matematikai modelljét adjuk meg, amivel közelebbről megérthetők a szem megvilágításhoz való alkalmazkodásának jelenségei. Természetesen több elhanyagolással, egyszerűsítéssel is élünk, ezért tökéletes pontosság nem várható, de mindenképp közelebb kerülünk e modellel a fényességhez való adaptáció megértéséhez.

6.2. A receptorok matematikai modellje

Legyen p a receptorbeli rodopszin relatív koncentrációja, azaz ha a receptor a maximális számú rodopszint tartalmazza, akkor $p = 1$. (Mostani megfontolásainkhoz nem szükséges annak ismerete, hogy ez fizikailag mekkora koncentrációt, tehát mondjuk hány mól/mm³ értéket jelent.)

Nyilvánvaló, hogy p értékét a termelőzés növeli, a kétféle bomlás pedig csökkenti, ezért:

$$\frac{dp}{dt} = Q_t - Q_s - Q_i. \quad (6.1)$$

(Q_t jelenti p -nek az időegységenkénti megváltozását a termelőzés miatt. Hasonlóképp Q_s és Q_i a spontán és indukált bomlások hatását mutatja.)

A fent elmondottak szerint egy egészséges szervezetben Q_t konstans. Szemléletes, ha ezt $1/\tau$ -val jelöljük, mert ekkor τ egy idő dimenziójú mennyiség, melynek szemléletes jelentése van: Ha nem lennének bomlások, τ idő alatt tudná a szervezet $p = 0$ -ról $p = 1$ -re feltölteni az érzékelőket. A mérések szerint pálcikákra $\tau \approx 400$ s, csapokra $\tau \approx 120$ s. E τ értékeket szokás **karakterisztikus időnek** nevezni. Összefoglalva: ⇐ karakterisztikus idő

$$Q_t = \frac{1}{\tau}. \quad (6.2)$$

A karakterisztikus idő nagyságrendjéből érthető, miért tart percekig a sötétbe való alkalmazkodás: még ha nem lennének bomlások, akkor is több, mint 6 percbe telne, amire pálcikáink a maximális érzékenységet jelentő $p = 1$ érték közelébe jutnak, ha $p \approx 0$ -ról indulnak.

A spontán bomlások száma egyenesen arányos a rodopszinmolekulák számával, ezért biztos, hogy $Q_s = p \cdot B$. A B állandót úgy kell megválasztanunk, hogy visszkapjuk azt, hogy megvilágítás nélkül $p = 1$ az egyensúlyi szint. Könnyű belátni, hogy ez akkor következik be, ha $B = 1/\tau$, azaz:

$$Q_s = \frac{p}{\tau}. \quad (6.3)$$

Ellenőrizzük: ha nincs indukált bomlás, azaz $Q_i = 0$, akkor (6.1) így írható: $dp/dt = 1/\tau - p/\tau$, ami valóban azt jelenti, hogy $p = 1$ esetén $dp/dt = 0$, tehát $p = 1$ egyensúlyi állapot.

Az 1.3.2. fejezet szerint a szemet érő ingerületet a fény **retina-megvilágítása** határozza meg, ← retina-megvil. ami a fénysűrűség és a pupilla felülete nagyságának szorzata és hagyományosan **Trolandban** ← Troland mérünk.

Az indukált bomlásokat jellemző Q_i mennyiségről tudjuk, hogy p -vel és a beeső fény I retina-megvilágításával is egyenesen arányos. Az is biztos, hogy ez függ egy olyan mennyiségtől, ami az érzékelés hatékonyságát mutatja. Ezt az érzékenységet egy olyan I_0 retina-megvilágítással szokás jellemezni, amely esetén a spontán és indukált bomlások száma épp megegyezik, azaz:

$$Q_i = \frac{I}{I_0} \frac{p}{\tau}. \quad (6.4)$$

Biofizika mérések szerint az átlagemberben $I_0 \approx 20\,000$ Troland.

A relatív rodopszinkoncentráció időbeli változásának egyenletét tehát (6.1)–(6.4) egyenletek összevonásával kaphatjuk meg:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\tau} - \frac{p}{\tau} - \frac{I}{I_0} \frac{p}{\tau}. \quad (6.5)$$

A fényérzet pedig az indukált bomlások számával arányos, azaz modellünkben:

$$J = D \cdot I \cdot p, \quad (6.6)$$

ahol D egy konstans, ami a rodopszin bomlásának elektromos ingerületté alakulását jellemzi. Mivel könyvünk nem a biokémiai folyamatokra koncentrál, ennek számszerű értéke sem fontos számunkra.

A fotoreceptorok által az agyunkba küldött fényérzet matematikai modelljét tehát az (6.5) és (6.6) egyenletek adják, amiket ki kell egészítenünk egy p -re vonatkozó kezdőfeltétellel (mekkora rodopszinkoncentráció van kezdetben) és meg kell adni, hogyan változik a beeső fény I intenzitása, azaz a modell teljességéhez szükséges még a p_0 értékének és az $I(t)$ függvénynek a megadása:

$$p(0) = p_0, \quad I = I(t). \quad (6.7)$$

6.2.1. A sötétben való alkalmazkodás

Fontos és tanulságos speciális eset a sötétben való alkalmazkodás esete, azaz amikor $I(t) = 0$. Ekkor (6.5) így egyszerűsíthető:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1-p}{\tau}. \quad (6.8)$$

Ez $p(t)$ -re egy egyszerű, lineáris differenciálegyenlet, mely a változók szétválasztásával egyszerűen megoldható:

$$\frac{dp}{1-p} = \frac{1}{\tau} dt \quad \Rightarrow \quad \int \frac{dp}{1-p} = \int \frac{1}{\tau} dt \quad \Rightarrow \quad -\ln(1-p) = \frac{t}{\tau} + C.$$

Így a fenti (6.8) egyenlet általános megoldása:

$$p(t) = 1 - e^{-C-t/\tau},$$

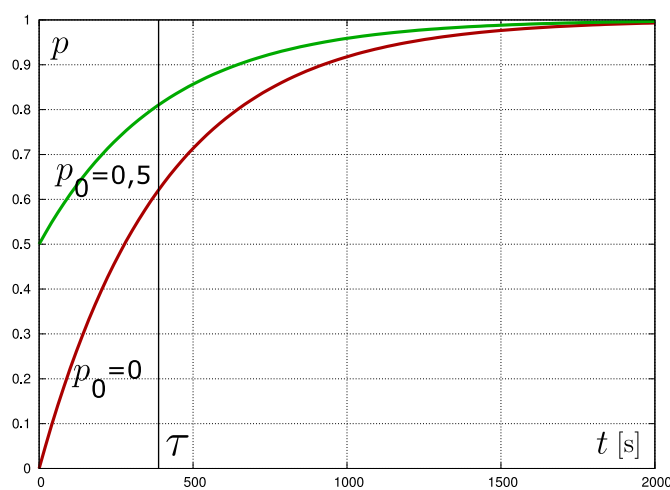
ahol C egy tetszőleges integrációs állandó, melyet a $p(0) = p_0$ kezdőfeltételből határozhatunk meg:

$$p_0 = 1 - e^{-C-0}.$$

Ezt felhasználva: ha $t = 0$ -kor p_0 a relatív rodopszinkoncentráció, és $t > 0$ esetén nincs bejövő fény, akkor

$$p(t) = 1 - (1 - p_0)e^{-t/\tau}. \quad (6.9)$$

Látható, hogy p_0 -tól függetlenül $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 1$, azaz teljes sötétben a pigmentek mennyisége a telítődés felé tart. Ez a telítődéshez tartás egy τ karakterisztikus idejű exponenciális függvény szerint történik, azaz τ időnként $1/e$ -ad részére csökken a $p = 1$ -es egyensúlyi állapottól való eltérés. (Lásd 6.1. ábra.)



6.1. ábra. Adaptáció a sötétbe

6.2.1. példa: Nagyon világos helyről teljesen sötét terembe lépünk. Mennyi idő alatt érjük el sötétben látásunk érzékenysége elvi maximumának 90%-át?

Megoldás: Sötétben látásunkért a pálcikák felelősek, melyek $\tau = 400$ s karakterisztikus idővel jellemezhetők.

A nagyon világos helyen rodopszinkoncentrációnk igen lecsökken, ezért $p_0 = 0$ -t vehetünk. Az érzékenység elvi maximumának 90%-a pedig nyilván $p(t) = 0,9$ -et jelent, hisz pupillaméretünk pár másodperc alatt tökéletesen alkalmazkodik, de a rodopszin csak percek alatt gyűlik fel megfelelő mértékben.

Tehát:

$$0,9 = 1 - e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad t = -\ln 0,1\tau \approx 2,3\tau = 920 \text{ s} \approx 15,3 \text{ perc}.$$

Érdekes az itt kiszámolt jelenséget kipróbálni: Este erősen megvilágított helyiségben hirtelen kapcsoljunk le minden fényforrást, és figyeljük meg környezetünket. Az egyéb fényforrások (pl. utcai lámpa vagy telihold) fényénél fokozatosan egyre több részletet meg tudunk figyelni, és még negyed óra múlva is kis javulást érhetünk el, ha tovább várunk.

6.2.2. Alkalmazkodás külső megvilágítás esetén

Legyen a retina-megvilágítás állandó: $I(t) = I = \text{áll.}$ Ekkor (6.5) így írható át:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(1 - p \left(1 + \frac{I}{I_0} \right) \right) = \frac{1 - pb}{\tau}$$

ahol bevezettük a $b = 1 + I/I_0$ jelölést.

A b szorzótól eltekintve ez megegyezik a teljes sötétség esetével, így egyből felírhatjuk az általános megoldást:

$$p(t) = \frac{1}{b} \left(1 - e^{-tb/\tau} e^{-Cb} \right)$$

Látható, hogy $p_e = \lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 1/b$, azaz nem a teljes telítődéshez tartunk, és ez az egyensúlyi érték mindig kisebb a sötétben érvényes 1-nél, ha $I > 0$.

A $p(0) = p_0$ kezdőfeltétel alapján a fenti C integrációs állandó is meghatározható, így egyszerű számításokkal a kezdőfeltételhez tartozó megoldás:

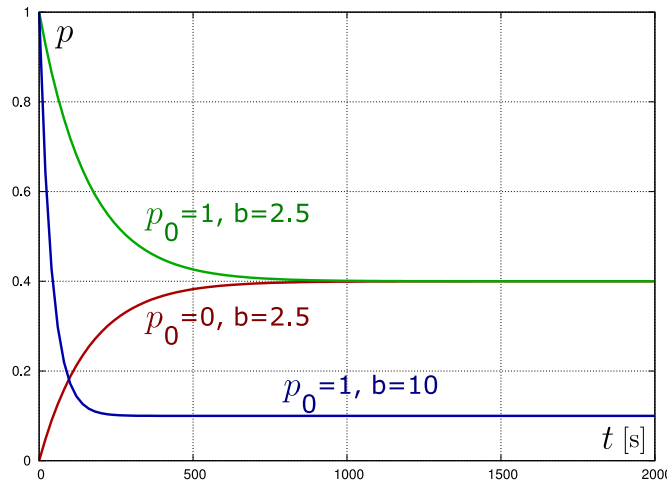
$$p(t) = \frac{1}{b} \left(1 - (1 - p_0 b) e^{-tb/\tau} \right). \quad (6.10)$$

Ez szintén egy olyan megoldás, mely egy egyensúlyi

$$p_e = \frac{1}{b} = \frac{I_0}{I + I_0} \quad (6.11)$$

értékhez tart egy exponenciális függvény szerint, csak az exponenciális függvény karakterisztikus ideje $\tau/b = \tau \cdot I_0/(I + I_0)$.

Erős megvilágítás esetén $I \gg I_0$, azaz $b \gg 1$, így $\tau/b \ll \tau$, tehát az erős megvilágításhoz sokkal gyorsabban alkalmazkodunk, mint a gyengéhez. Ezt jól mutatják a 6.2. ábrán bemutatott példák.



6.2. ábra. Alkalmazkodás menete megvilágítás esetén

Ez egybevág hétköznapi tapasztalatainkkal: sötétből világosba lépve ugyan rövid időre elvakulunk, de 1-2 perc múlva már tökéletesen látunk.

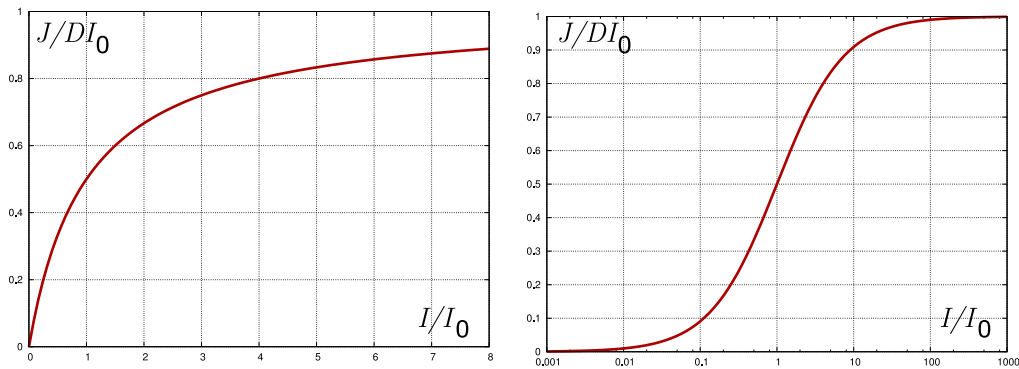
Az, hogy a sötétbe alkalmazkodás egy lassú folyamat, míg a világoshoz való adaptáció gyors, számolás nélkül is érthető: előbbihez csak a szervezet lassú rodopszin-termelése segít hozzá, míg utóbbit a rodopszin külső fotonok általi lebontása vezérli, ami erős külső megvilágítás esetén gyors folyamatot eredményez.

6.2.3. A látásérzet egyensúlyi értéke

Az előzőekben kapott eredmények is érdekesek, de ezeknél fontosabb tudni, mit mond matematikai modellünk az egyensúlyban vett fényérzetről, azaz hogyan függ az agyunkba küldött jel J erőssége a bejövő fény intenzitásától. Erre most már könnyű megválaszolni, egyszerűen a modell felírásakor a J -t megadó (6.6) egyenletbe kell (6.11) alapján az egyensúlyi rodopszin-koncentrációt beírni:

$$J_e = D \cdot I \cdot \frac{I_0}{I + I_0} = DI_0 \cdot \frac{I}{I + I_0}. \quad (6.12)$$

Ez egyáltalán nem lineáris függvény, és ennek köszönhető nagyrészt hogy még sok nagyságrenddel eltérő megvilágítások esetén sem fog az agyunkba hasonló mértékben eltérő jel menni, bár szerencsére az a tulajdonság megmarad, hogy nagyobb megvilágításhoz nagyobb fényérzet társul. ($J_e(I)$ szigorúan monoton növekszik.) Ezt a függést mutatja be a 6.3. ábra. Itt lineáris és logaritmikus skálát is használunk a vízszintes tengelyen, hogy bemutassuk: I igen széles tartományban változhat, míg J_e változásai kicsik maradnak. Ezen alapul az, hogy egy érzékelő 6 nagyságrendnyit különböző megvilágítási viszonyok mellett is működőképes marad.



6.3. ábra. A látásérzet a retina-megvilágítás függvényében

Érdeemes néhány speciális esetet külön megvizsgálni:

- Igen kis intenzitás esete: $I \ll I_0$.
Ekkor (6.12) így közelíthető: $J_e = DI$, azaz kis megvilágításoknál fényérzet egyenesen arányos a fényintenzitással.
- Igen nagy intenzitás esete: $I \gg I_0$.
Ekkor $J_e = DI_0 = \text{áll.}$, azaz az egyensúlyi fényérzet nem lép túl egy bizonyos értéket tetszőlegesen nagy megvilágítás esetén sem.
- Közepes megvilágítás esete: $I = I_0$.
Ekkor $J_e = DI_0/2$, ami pont az előző, telítési fényérzet fele.

Az, hogy az ember egy fotoreceptor-típussal is 5–6 nagyságrendet tud átfogni fénysűrűségben, a $J_e(I)$ függvényből érthető meg, melyet y ír le és a 6.3. ábra mutat be. Az emberi érzékelés biológiai korlátok miatt nem tud pár száznál több fokozatot megkülönböztetni az agyba menő jel esetén. Ha $J_e(I)$ lineáris lenne, akkor J_e -ben 2–3 nagyságrendnyi dinamikus tartomány I -re is ekkorát jelentene, azaz az érzékelésre és megkülönböztetésre alkalmas retina-megvilágítás értékek is a pár százszoros aránnyal jellemezhető dinamikus tartományba esnének. Ezzel szemben a jelenlegi $J_e(I)$ függvény olyan, hogy nagy fényerősségnél ellaposodik, így azokra sem ad túl nagy jelet a neuronoknak.

6.2.2. példa: Tételezzük fel, hogy J_e értékeit 500, egyenletesen elhelyezkedő fokozatban tudjuk megkülönböztetni. Milyen retina-megvilágítás értéknél érzékelünk halvány fényt? Milyen érték lesz az, aminél a fényérzet még épp érzékelhetően kisebb, mint a telítési érték?

Megoldás: Az 500 fényérzet-fokozat annak felel meg, hogy a legkisebb, 0-tól megkülönböztethető J_e érték $J_1 = DI_0/500 = 0,002DI_0$, a legnagyobb, amit még nem teljesen telítettnek veszünk: $J_2 = (1 - 1/500)DI_0 = 0,998DI_0$.

(6.12) alapján egyszerű átrendezéssel:

$$I = \frac{I_0}{DI_0/J_e - 1},$$

ami a mi két szélső esetünkben:

$$I_1 = \frac{I_0}{1/0,002 - 1} = \frac{I_0}{499} \approx 0,002I_0, \quad I_2 = \frac{I_0}{1/0,998 - 1} = \frac{I_0}{0,002} \approx 500I_0,$$

Tehát az 500 fokozatú érzékelést feltételezve az I_0 érték 2 ezreléke és 500-szorosa közti tartományban, azaz kb. 1:250 000 dinamikus tartományban vagyunk képesek érzékelni modellünk szerint.

6.2.4. Látásérzet hirtelen fényerő-változáskor

Ha szemünk egy I_1 megvilágításhoz már alkalmazkodott, akkor $J_1 = DI_0I_1/(I_1 + I_0)$ a látásérzet. Amikor ez egy másik, I_2 értékre áll be, akkor szemünk adaptálódik, és $J_2 = DI_0I_2/(I_2 + I_0)$ lesz az új érzet egy idő múltán, de közben egész más értékeket kaphatunk.

(6.10) szerint ugyanis a rodopszinkoncentráció fokozatosan megy át az új egyensúlyi értékre, így az új J_2 értékhez is csak egy $\tau I_0/(I_2 + I_0)$ karakterisztikus idővel jellemezhető exponenciális függvény szerint tart az, amit észlelünk. E folyamat során az észlelés jelentősen eltérhet J_2 -től. A legnagyobb eltérés nyilván a fényerő-változás pillanatában van, azaz akkor, amikor a rodopszin-koncentráció még a régi megvilágításból eredő $p_1 = I_0/(I_1 + I_0)$, de a megvilágítás már I_2 intenzitású. A fényerő-változás pillanatában tehát

$$J_v = DI_0 \frac{I_2}{I_1 + I_0}$$

lesz a pillanatnyi látásérzet.

Ez jelentősen eltérhet az egyensúlyi J_2 értéktől:

$$\frac{J_v}{J_2} = \frac{I_2 + I_0}{I_1 + I_0},$$

ami azt jelenti, hogy fényerő növekedéskor ($I_2 > I_1$) az első pillanatban szemünk kicsit „túllő a célon”, azaz az egyensúlyi fényérzetnél erősebb jelet, fényerő-csökkenéskor viszont alacsonyabbat kapunk. Nagy változásokkor e hatás igen jelentős lehet, azaz fényerő-növekedéskor irreálisan magas, -csökkenéskor pedig elhanyagolhatóan kicsi jelet kapunk egy ideig.

Különösen érdekes, ha $I_2 \gg I_0$ és $I_2 \gg I_1$. Ekkor $J_v \gg DI_0$, pedig fentebb megállapítottuk, hogy egyensúlyban J_e maximális értéke DI_0 . Ez azt jelenti, hogy sötétből igen erős fénybe lépve szemünk erősebb jelet küld agyunknak, mint bármilyen nyugalmi esetben. Ez a „szemkáprázás” esete, amikor a hirtelen fényerő-növekedéstől elvakulunk és akár fizikai fájdalmat is érezhetünk.

6.3. Érdekességek

6.3.1. A Weber-törvény

Az 1800-as években keztek tanulmányozni először, hogy milyen számszerű jellemzőkkel írható le az emberi érzékelés. Az összes érzékszervünk esetén azt állapították meg az első vizsgálatok, hogy ha a bejövő inger egységnyit változik, akkor az érzékelés nagyobbát változik, ha kisebb értékről indultunk. Pl. ha a kezünkben egy kavicsot tartunk és ehhez még egyet hozzátessz valaki, az jól érezzük, de ha kezünkben egy kavicsal telt vödör van, ugyanaz a hozzátett kavics már nem lesz érezhető.

A kezdeti megfigyelések alapján megszületett a **Weber-törvény**: az érzékelésben bekövetkező változás egyenesen arányos az érzékelt mennyiség relatív megváltozásával. ⇐ Weber-törvény

Azaz ha pl. egy m tömegű test kezünkbe téve $r(m)$ „nehézség-érzetet” okoz, akkor a kis változásokra igaz, hogy:

$$\Delta r(m) = k \cdot \frac{\Delta m}{m},$$

ahol k az adott érzékszervtől (és az embertől) függő állandó.

Elemi változásokra alkalmazva ezt a törvényt:

$$dr(m) = k \cdot \frac{dm}{m}, \quad \frac{dr(m)}{dm} = \frac{k}{m},$$

ahonnan:

$$r(m) = k \cdot \ln m + r_0.$$

A Weber-törvény tehát az inger és a kiváltott érzet közt logaritmikus kapcsolatot jelent. Ezt Ernst H. Weber és Gustav T. Fechner többféle érzékszervre, mérésekkel is igazolta. A mérések természetesen nagy hibával voltak terhelve, hisz az résztvevő emberek szubjektív érzetét kellett meghatározni.

Ez a törvény az alapja a hangérzet esetén bevezetett **decibel-skálának**: a hangérzetet (n) a hangintenzitás logaritmusával arányosnak tételezzük fel:¹ ⇐ decibel

$$n(I) = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg I - 10 \lg I_0.$$

Hasonló okból, a Weber-törvény alapján a csillagászatban is egy logaritmikus fényesség-skála lett bevezetve, ahol a csillagok fényességére azok I intenzitása helyett az m „magnitúdó-értéket” használjuk:

$$m = -2,5 \lg I + B,$$

ahol B a műszertől és észlelési körülményektől függő konstans.

Mindezek a logaritmikus skálák hasznosak, mert jobban illeszkednek az érzékelt hang- illetve fényerősséghez, mint a W/m^2 -ben mért intenzitások, és a számításokat is sok esetben megkönnyítik a logaritmus-függvény kedvező tulajdonságai miatt.

Az előző fejezetben elmondottak alapján meg lehet vizsgálni, teljesül-e a látásra a Weber-törvény. Ha teljesülne, akkor $J_e = C \cdot \ln I + D$ -t kellett volna fentebb kapnunk, megfelelő C és D konstansokkal. Ehelyett (6.12) lett az eredményünk, ami ugyan nem logaritmikus, de jellegében nagyon hasonló hozzá. A 6.3. ábra bal oldalán, a lineáris grafikonon a modellünk szerinti $J_e(I)$ függvény kvalitatív tulajdonságaiban megegyezik egy logaritmus-függvénnyel. A szélesebb tartományt mutató, logaritmikus skálájú jobb oldali ábrán meg azt láthatjuk, hogy középen elég nagy tartományban közel lineáris a grafikon futása. Ez azt jelenti, hogy $0,1 I_0$ és $10 I_0$ közt a Weber-törvény jó közelítéssel teljesül a látásra.

¹ „lg” a 10 alapú logaritmust jelöli.

6.3.2. Tetszőleges fényváltozások hatásai

A valóságban, dinamikus környezetben sokszor nem állandó a megvilágítás annyi ideig, hogy az egyensúly akár közelítőleg is be tudna állni. Ekkor a (6.5)–(6.7) egyenleteket a tetszőlegesen változó $I(t)$ függvény mellett kell megoldani. Viszonylag ritka, hogy erre az általános megoldásra analitikusan szükség lenne, ezért ezt itt nem tárgyaljuk, csak azt említjük meg, hogy numerikus módszerekkel igen könnyű jó közelítő megoldást kapni, felépítve így egy számítógépes receptor-modellt.

(6.5) ugyanis egy igen egyszerű differenciálegyenlet, amit közelítő módszerekkel hatékonyan meg lehet oldani, még akkor is, ha ezt minden képpontban, 3 színkomponensre külön-külön kell megtennünk. Ilyen számítógépes modellel szimulálható számos érdekes probléma, mint pl. az, hogy éjszakai vezetéskor a szembe-reflektározás hogyan „iktatja ki” egy ideig látóterünk egy részét.

7. fejezet

A színlátás

A **színlátás** a mindennapi életben, a képzőművészetekben és sok egyéb szempontból igen fontos tulajdonsága látásunknak. Az elméleti tanulmányok nélkül hajlamosak vagyunk azt hinni, hogy a **szín** objektív tulajdonság, tehát minden tárgy a nézőtől függetlenül piros, kék, türkiz esetleg valami olyan színű, amire épp szavunk nincs, de a szín maga egy adott dolog. Látni fogjuk, hogy ez nincs így: a szín az egyén biológiai adottságaitól is függ, és előfordul, hogy ugyanazt a tárgyat két ember azonos színűnek lát, másik kettő meg különbözőnek vagy hogy egy tárgyról egyesek azt mondják, hogy zöld, mások meg inkább kéknek látják. A különbségek oka az, hogy a színlátásért felelős csapjaink nem azonos módon érzékenyek az egyes hullámhosszakra.

Sokszor nemcsak kisgyerekeknek szánt könyvekben is leírva látunk ilyen gondolatmeneteket: „Mivel szemünkben a színlátást a háromféle csap okozza, ezért három szín keverésével minden szín kikeverhető.” Látni fogjuk, hogy ez hamis állítás és a valóság sokkal bonyolultabb ennél.

A témakör komoly, matematikai eszközöket is használó elemzése elengedhetetlen, hogy megértsük pl. azt, miért nem lehet egy monitoron a természetben előforduló összes színt megjeleníteni vagy hogy miért van az, hogy lámpafénynél két tárgy azonos színűnek tűnik, de napfényben már eltérőnek.

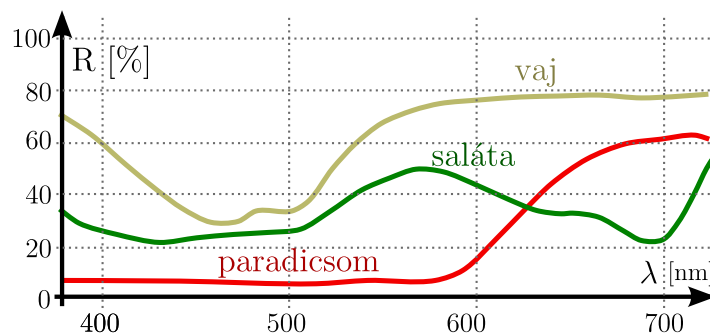
7.1. A színlátás kvalitatív magyarázata

A fény hullámhossz szerinti eloszlását a maga teljességében a tárgy **színképe** határozza meg, amit az 1.3. fejezetben bevezetett **spektrális sugársűrűség** fogalmával azonosítunk. (Lásd (1.19) egyenlet.)

A színkép tehát megmutatja, milyen hullámhosszak közelében szállít sok vagy kevés energiát a szemünket érő fény. Ez nagyon sok adatot jelent, hisz a színkép egy $I(\lambda)$ függvény, ami elvileg végtelen sok számmal adható csak meg. A színkép bizonyos fokú érzékelése fontos volt az ember őseinek túlélése szempontjából, de látóterünk sok pontjában egy teljes, folytonos függvény érzékelése és annak feldolgozása aránytalanul nagy érzékelő- és értelmező kapacitást igényelne, ezért egy egyszerűbb, de a színképről némi információt megtartó megoldás alakult ki: háromféle csapunk van, melyek **spektrális érzékenységi függvénye** eltér, és agyunk csak ezek jeleit kapja meg, azaz azt, hogy a három érzékenységi függvénynek megfelelő hullámhossztartományokban mennyire erős a sugárzás.

Egyszerű példaként a 7.1. ábrán bemutatjuk három hétköznapi tárgy, a paradicsom, a saláta és a vaj visszaverési tényezőjét a hullámhossz függvényében. (Adatok forrása: [7]) Ez egyben a tárgyak színképe is, ha fénnel világítjuk meg őket.

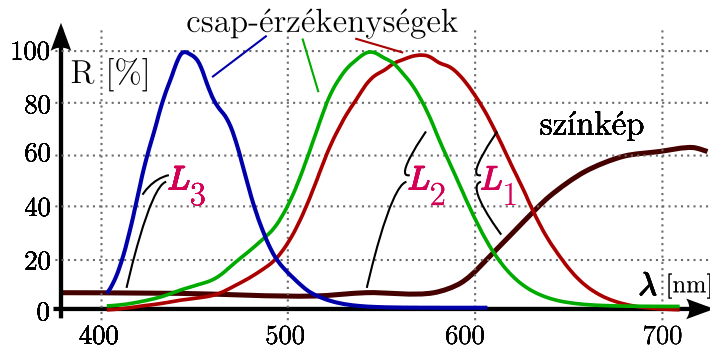
Az emberi látás e három színre való támaszkodása, un. **trikromatikus** jellege az elvben csak végtelen sok számadattal megadható színkép helyett egy három elemű jelvektort ered-



7.1. ábra. Három hétköznapi tárgy visszaverési tényezője a hullámhossz függvényében.

ményez, ami jó középút: némi információ megmaradt a színekpről (a 3 tartomány melyikében mennyire erős a sugárzás), de az adatmennyiség jelentősen redukálódott. Ez a redukció tehát feldolgozási szempontból kedvező, de nyilvánvalóan információt veszítünk, ezért biztos, hogy teljesen különböző színekpek esetén is kialakulhat azonos színérzet.

E folyamatot szemléltetjük a 7.2. ábrán: a folytonos sötét grafikon mutatja a színekpek, amit ha összevetünk a három színérzékenységi függvénnyel (kék, zöld, piros grafikonok), érezhetően különböző mértékű hasonlóságot látunk. Nyilvánvaló, hogy pirosra érzékenyebb érzékelőink fogják a legnagyobb fényerősséget érezni, a kék-érzékeny pedig a legkisebbet.



7.2. ábra. A színérzet keletkezése a színekpek; szemléltetés.

Igen sok állatfaj csak kétféle csappal rendelkezik, amit **dikromatikus** látásnak neveznek. ⇐ dikromatikus Ezek az állatok az emberhez képest nagy hátrányban vannak pl. kusza növényzetben a ragadozó vagy a préda megpillantásában vagy abban, hogy távolról megállapítsák egy gyümölcsről, hogy érett-e, tehát megéri-e megszerzéséért energiát befektetni. A dikromatikus látás közelítő érzékeltetését mutatjuk be a 7.3. ábrán. Itt egy színes eredeti képből az egyik színcsatornát (a zöldet) töröltük. Ezáltal az összes maradék szín a kék és a vörös különböző súlyú keverékéből áll össze, ami a teljes színvákságnál több információt ad, de érezhetően kevésbé árnyalt, mint az eredeti, három színkomponenst keverő kép.

Másrészről az emberek egy igen kis részének négyféle csapja van, így az ő színérzékelésük sokkal kifinomultabb az átlagénál. Ők egészen különbözőnek láthatnak két tárgyat, amire a legtöbb ember azt mondja, hogy egyforma színű.

Az eddig elmondottakból néhány egyszerű dolog számítások nélkül is következik:

- Sok különböző színekpekhez tartozhat azonos színérzet.
- Ha két emberek különbözik egyes csapjainak az érzékenységi függvénye, azonos tárgyat eltérő színűnek láthatnak.



7.3. ábra. Dikromatikus látás szimulációja: a baloldali eredeti képből a jobb oldalon töröltük a zöld színtkomponenst.

- Túl alacsony megvilágítás mellett a csapok nem működnek, csak a pálcikák, és mivel azokból csak egyféle van, nem látunk színeket.

A következőkben a téma alaposabb megismerése és műszaki gyakorlatban történő alkalmazhatósága végett számításokkal is követjük a színlátás folyamatát.

7.2. Alapgondolatok és -egyenletek

Az előzőekben leírtak matematikailag az alábbi módon kezelhetők:

Szemünkbe beérkezik az $l(\lambda)$ spektrummal jellemezhető fény. Ebből retinánkon a 3 pálcikatípusnak megfelelően 3 fénysűrűség-értéket érzünk:

$$L_i = \int_0^{\infty} l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda, \quad (7.1)$$

ahol $i = 1, 2, 3$, a háromféle csapnak megfelelően, V_i az i . típusú csap **spektrális érzékenységi függvénye**. \Leftarrow sp. érz. függv.

Az L_i fénysűrűség-értékeket az érzékelőre vonatkozó térszöggel és a pupilla felületével szorozva megkapjuk, az I_v érzékelt fényerősséget, és ez képezi érzékelésük alapját. Fentebbről tudjuk, hogy az agyunkba küldött jel (fényérzet) ennek egy egyszerű, de nem lineáris függvényével adható meg. (Lásd (6.12) egyenlet.) Akármilyen is ez a függés, a színérzet azon múlik, milyen érzékelt fényerősség jut receptorainkba, azaz a színérzetet az

$$I_i = m_i \cdot \int_0^{\infty} l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda, \quad (7.2)$$

mennyiségek határozzák meg, ahol $i = 1, 2, 3$, a háromféle csapnak megfelelően, V_i az i . típusú csap spektrális érzékenységi függvénye I_i az i . csaptípus által érzékelt fényerősség, m_i pedig még skálázási faktor, amire még visszatérünk.

Korábban, a 6.2.3 fejezetben láttuk, hogy agyunk olyan J jelet érzékel, mely I -től függ (6.12) szerint, ezért az agyunkba jutó szín-információ az alábbi 3 számmal jellemezhető:

$$J_i = DI_0 \cdot \frac{I_i}{I_i + I_0}. \quad (7.3)$$

Amennyiben az előző egyenlet helyett lineáris kapcsolat lenne I_i és J_i között, sokkal egyszerűbb lenne az elmélet, hisz magára a fényérzetre vonatkozna olyan összefüggés, mint

amit (7.2) mutat. Ezt a lineáris közelítést sokszor meg lehet tenni: pl. ha tudjuk, hogy az adott körülmények között a fellépő I_i értékek max. 10–100-szoros eltérést mutatnak, azaz a szemlélt kép dinamikus tartománya nem túl széles. Igen fényes és halvány részeket egyaránt tartalmazó képek esetén azonban (7.3) szerint kell számolni.

Például igen magas fényerősségek esetén a fényérzet telítésbe megy. Ez a 3 csaptípus közül az 1-es és 2-esnél („vörös” és „zöld”) korábban következik be, mint a 3-asnál („kék”), hisz azokból több van a szemünkben. Ezért magas megvilágítás mellett a vörös és zöld érzékelés egybefolyik egy közös „sárga” alapszínbe, amit csak a kéktől tudunk megkülönböztetni. Nagy fényerő mellett tehát kék-sárga dikromatikus látásunk lesz a receptorok telítési effektusa miatt.

Amennyiben kis dinamikus tartományt figyelünk meg, a szemünkbe jutó fény színeképe, csapjaink érzékenységi függvényei és az agyunkba menő ingerület közt egy egyszerű, lineáris kapcsolat írható fel:

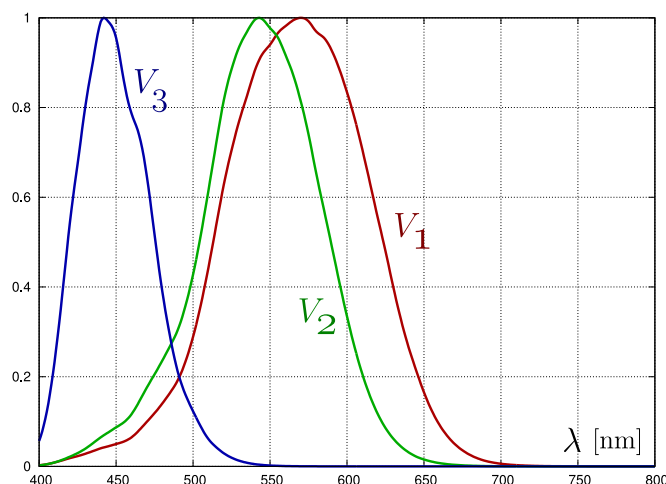
$$J_i \approx k_i \cdot \int_0^{\infty} l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (7.4)$$

A legtöbb esetben (7.4) jó közelítéssel megadja, hogyan számolható ki a **színeképből** a **színérzet**, de néha szükség lehet a bonyolultabb, de pontosabb nemlineáris tagok figyelembe vételére. ⇐ színekép
⇐ színérzet

7.2.1. A csapok spektrális érzékenységi függvényei

A $V_i(\lambda)$ érzékenységi függvények tehát alapvetően határozzák meg színérzékelésünket. Ezeket viszont összetett optikai-biokémiai folyamatok alakítják ki, így nem lehet egyszerű közelítő formulát adni rájuk, csak mérésekből lehet megismerni őket. Mint minden biológiai paraméter, az érzékenységi függvények is egyénekenként kissé eltérnek, ezért több, hitelesnek tekintett mérés átlagából szabványosnak minősített érzékenységi függvényeket kell használni a számításokban, és e függvényeket csak közelítőleg adják meg táblázat formájában. Maguk a táblázatok túl terjedelmesek a könyvben való kinyomtatáshoz, de elektronikus formában beszerezhetők pl. [5] weboldalról.

A szabványos érzékenységi függvényeket a 7.4. ábra mutatja.



7.4. ábra. A csapok normalizált érzékenységi függvényei

A 7.4. ábrán az érzékenységi függvényeket 1-re normalizáltuk. A valóságban kék-érzékeny csapból sokkal kevesebb van, mint a többiből (lásd fentebb ...), így normálás nélkül V_3 -at sokkal alacsonyabbra kellene rajzolni, mint V_2 -t és V_1 még V_2 -nél is magasabb lenne. (A

színméréssel kapcsolatos függvények normálási kérdéseire még később, a 7.4.3. fejezetben visszatérünk.)

Tovább bonyolítja a helyzetet, hogy a pálcikafajták sűrűsége helyfüggő, ezért az érzékenységi görbék magassága attól is függ, hogy a látómező mely területét vizsgáljuk.

Agyunk azonban ismeri szemünk háromféle csapjának egyenetlen eloszlását, ezért egy automatikus korrekciót alkalmaz, így a kép feldolgozásakor egy fehér fényforrás esetén a (7.4) szerinti J_i „jelvektor” komponensei egyforma nagyságrendűek legyenek. Ezt modelünkben az itt bevezetett k_i szorzófaktorokkal biztosítjuk és ezek megfelelő megválasztásával a színérzékelés szempontjából közömbössé válik V_i -k normálásának kérdése.

A $V_i(\lambda)$ függvények normálása a színérzékelés szempontjából közömbös, de a csapok egyesített $V(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvényének V_i -kből való származtatásakor nem. Az 1.11. ábrán bemutatott, nappali látásra vonatkozó görbék az előbbi V_i -k súlyozott összegeként állnak elő, ahol a csapok számának megfelelően V_1 -nek van a legnagyobb, V_3 -nak a legkisebb súlya. Az, hogy 10 fokos látószög esetén $V(\lambda)$ kék része nagyobb, mint 2 fok esetén, annak köszönhető, hogy a látómező közepén még az átlagos alacsony számnál is kevesebb kék-érzékeny csap van, így V_3 súlya itt kisebb.

7.3. Additív színrendszerek

7.3.1. Alapötlet

Az előzőekben elmondottak szerint szemünk az igen sok számadattal leírható $l(\lambda)$ színek helyett (7.2) alapján csak 3 számadattal megadható I_i ($i = 1, 2, 3$) értékeket érzi. Számítás nélkül is biztos, hogy sok különböző színekhez tartozik ugyanaz az érzékelt intenzitás-hármas. Ez a színelmélet egyik legfontosabb jelensége, és külön nevet is kapott: Két színek egymás **metamerjének** nevezzük, ha a hozzájuk tartozó (I_1, I_2, I_3) érzékelt intenzitás-hármas megegyezik. ⇐ metamer

A metamerek nagy fontosságát az adja, hogy ha egy tárgy színét az emberi szem számára utánózni akarom, nem muszáj a színekét másolni, elég egy metamert keresni és azt megjeleníteni. Egy csendéleten pl. nem kell a paradicsom színekét (lásd 7.1. ábra) kikeverni sokféle festékből, elég néhány festék kombinálásával a paradicsom színeknek egy metamert megtalálni. Ezt pedig igen sokféleképp meg lehet tenni.

Legegyszerűbb ötlet az **additív színrendszerek** gondolata: vegyünk néhány alapszín, és ezek súlyozott összegével, azaz színekük lineáris kombinációjával állítsunk elő egy tág színekészletet, amiben remélhetően megtaláljuk a megjeleníteni kívánt tárgy színekének metamert. Ennek legegyszerűbb elvi megvalósítása az, hogy különböző színű lámpákat teszünk szorosan egymás mellé és mindegyik fényerejét külön-külön szabályozzuk egy-egy szabályzógombbal. Ahova mindegyik lámpa fénye eljut, a színekük súlyozott összegét fogjuk kapni. ⇐ additív színrendszer

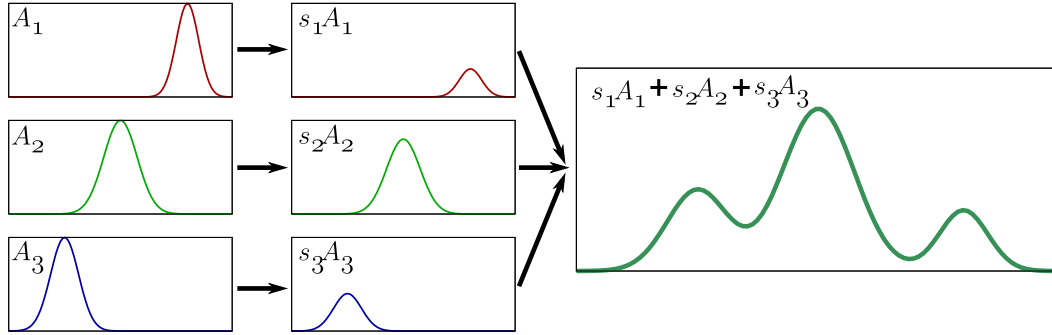
A másik lehetséges színkeverési technika ötlete az átlátszó festékrétegek egymásra rakásából adódik. Egy festékrétegen áthaladó fény hullámhossz-függő intenzitás-csökkenésen megy keresztül, tehát egy bejövő, adott színekű fény bizonyos részeit kivonja. Ez a szubtraktív színrendszerek ötlete, melyet később tárgyalunk.

7.3.2. Matematikai megfogalmazás

Az előzőekben lefektetett ötletet matematikailag így írhatjuk le:

Legyen K db. alapszínünk, melyek színképei $A_j(\lambda)$ ($j = 1, 2, \dots, K$), és képezzük ezek súlyozott összegét s_j súlyokkal:

$$l_s(\lambda) = \sum_{j=1}^K s_j A_j(\lambda). \quad (7.5)$$



7.5. ábra. Színkeverés additív színrendszerben

$K = 3$ -ra egy egyszerű szemléltetést mutatunk a 7.5. ábrán. Itt jól látszik, hogy a sok-sok lehetséges színkép közül csak egy speciális részhalmaz lesz az, ami az additív színkeveréssel kijöhet az alapszínekből.

Fizikailag csak $A_j(\lambda) \geq 0$ -nak van értelme (a színkép nem lehet negatív), hisz nem lehet olyan fényforrást gyártani, ami egy hullámhossz környezetében elszívja a fényt és nem kibocsátja. Hasonló okokból $l_s(\lambda) \geq 0$ valamint $s_j \geq 0$. Bár ezek az egyenlőtlenségek kézenfekvőek, látni fogjuk, hogy következményük igen fontos korlátokat jelent majd az ábrázolható színek halmazára.

Az additív színrendszerek alapvető problémája matematikailag megfogalmazva a következő: adott egy $l(\lambda)$ színkép és egy $A_j(\lambda)$ színrendszer. Melyek azok az $s_j \geq 0$ súlyok, melyekre l és (7.5) szerinti l_s egymás metamere, azaz teljesül a

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \int \sum_{j=1}^K s_j A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (7.6)$$

egyenlet, az $i = 1, 2, 3$ értékek mindegyikére.

Az integrálás felcserélhető a konstanssal való szorzással és az összeadással, ezért ez átírható:

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \sum_{j=1}^K s_j \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (7.7)$$

Vegyük észre, hogy a jobb oldal valójában egy $3 \times K$ -s mátrix és a K elemű $\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_K)$ súlyvektor szorzata:

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \underline{T} \underline{s}, \quad \text{ahol } T_{i,j} = \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (7.8)$$

Formálisan ezt a \underline{T} mátrix invertálásával lehet megoldani, de vigyázni kell, mert \underline{T} nem feltétlen négyzetes mátrix, így az előző egyenletnek lehet akár végtelen sok megoldása, de ha nincs szerencsénk, egy sem lesz.

Például biztosak lehetünk abban, hogy ha $K < 3$, akkor az egyenlet általában nem oldható meg, azaz 1 vagy 2 szín keverésével nem állítható elő trikromatikus látásunkban az összes színkép metamere. Ezért csak a $K \geq 3$ rendszerektől remélhetjük az összes szín megjelenítését.

Az additív színkeverés problémája tehát az alábbi lépéseken keresztül oldható meg:

1. Kiszámítjuk a színrendszerre jellemző \underline{T} transzformációs mátrixot, ami a színrendszer súlyai és az inger-vektor kapcsolatát adják:

$$T_{i,j} = \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (7.9)$$

$$(j = 1, 2, \dots, K, i = 1, 2, 3.)$$

2. Kiszámoljuk a fényérzettel arányos „inger-vektort:”

$$I_i = \int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (7.10)$$

3. Megoldjuk az alábbi lineáris egyenletrendszert:

$$\underline{I} = \underline{T} \underline{s}. \quad (7.11)$$

Ez a 3 lépéses eljárás tetszőleges additív színrendszerre megmondja, hogyan kell egy tetszőleges $l(\lambda)$ színekép metamerét megadó $\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_K)$ súlyokat meghatározni.

7.4. Az RGB-rendszer és leszármazottai

7.4.1. A CIE 1931-es RGB-rendszere

Az előzőekben leírtakat elolvasva természetesen adódik az, hogy próbáljuk meg a $K = 3$ -at, azaz 3 alapszínből állítsuk elő a metamereket.

Ez már a színrendszerek elméletének kidolgozása előtt felmerült, és sokáig azt hitték, hogy 3 színből minden szín kikeverhető. Látni fogjuk, hogy ez nem ilyen egyszerű.

Alapszínnek pedig válasszunk 3 tiszta színt, mert egyrészt számítások nélkül is sejthető, hogy nem tiszta színekből tiszta szín metamere nem keverhető ki, fordítva viszont igen, másrészt a tiszta színek színeképül Dirac-delta függvényeket választhatunk, ami (7.9) integráljainak kiszámítását leegyszerűsíti.

A 3 alapszín hullámhosszát úgy igyekeztek megválasztani, hogy egyrészt lefedjék a látható tartományt, másrészt lehetőleg egy alapszínkép egy érzékelőfajta ingereljen kiemelten.

Ez utóbbit nem lehet jól megtenni, mert az emberi szem „vörös” és „zöld” receptorainak spektrális érzékenységi görbéi igen hasonlóan futnak. (7.4. ábra.)

A CIE 1931-ben rögzített szabványa szerint az RGB-rendszer alapszíneinek hullámhosszai:

$$\lambda_1 = 700 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = 546,1 \text{ nm}, \quad \lambda_3 = 435,8 \text{ nm}, \quad (7.12)$$

az alapszínképek pedig az ide koncentrált Dirac-delta függvények:

$$A_j(\lambda) = B_j \delta(\lambda - \lambda_j), \quad j = 1, 2, 3, \quad (7.13)$$

ahol a

$$B_1 = 72,0962, \quad B_2 = 1,3791, \quad B_3 = 1,0 \quad (7.14)$$

súlyok úgy lettek megállapítva, hogy $A_1 + A_2 + A_3$ együttesét fehér színeként érzékelje az emberi szem.

Ezek a szabványos értékek a színes képmegjelenítő eszközök korszakának hajnalán születtek és több érték megválasztása inkább történeti okokra vezethető vissza. Pl. λ_2 és λ_3 az akkor elterjedt higanygőz-lámpák két színeképvonalára lett beállítva, λ_1 választásában meg az játszott szerepet, hogy ebben a tartományban a színrendszer kevésbé volt érzékeny a hullámhosszban elkövetett kis hibákra. Főleg ez utóbbi döntés bizonyult később igen kényelmetlennek: ha egy RGB-rendszerű hardvert az előírások szerint építünk meg, a vörös fénykibocsátóknak igen erősen kell sugározniuk, mert 700 nm-en már alacsony a szemünk érzékenysége. Ezt tükrözi az igen magas B_1 súly.

A vonalas alapszínképek esetén igen egyszerű kiértékelni a transzformációs mátrixot:

$$T_{i,j} = \int B_j \delta(\lambda - \lambda_j) V_i(\lambda) d\lambda = B_j \cdot V_i(\lambda_j) = \begin{pmatrix} 0,5342 & 1,2767 & 0,0347 \\ 0,0331 & 1,3678 & 0,0532 \\ 0,0000 & 0,0038 & 0,9139 \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

(A számszerű kiértékelés a CIE szabványos spektrális érzékenységi függvényei alapján készült, ugyanabból az adatsorból, amiből a 7.4. ábra.)

Ezen a \underline{T} mátrixon látszik annak hatása, hogy az emberi szem $V_i(\lambda)$ függvényei jelentősen átfedik egymást: a főátlón kívül is található a főátló legnagyobb elemével összemérhető nagyságú érték.

(7.11) szerint ezzel a mátrixszal definiált lineáris egyenletrendszert kell megoldani, hogy egy színeképhez megkapjuk az RGB-rendszer-beli súlyokat, azaz azokat az $(R, G, B) = (s_1, s_2, s_3)$ értékeket, melyekkel a színekép metamerét kapjuk. Szerencsére \underline{T} egy invertálható, négyzetes mátrix. Inverze:

$$\underline{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,9865 & -1,8543 & 0,0323 \\ -0,0481 & 0,7761 & -0,0433 \\ 0,0002 & -0,0032 & 1,0944 \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

\underline{T}^{-1} negatív tagjai egy szomorú tényt jeleznek: mivel (7.11) szerint

$$\underline{s} = \underline{T}^{-1} \underline{I}, \quad (7.17)$$

ezért hiába nemnegatív értékek vannak az \underline{I} inger-vektorban, \underline{s} elemei közt lehet negatív, ami viszont az additív színrendszerek alapjainál elmondottak szerint fizikailag érvénytelen. Ez azt jelenti, hogy bizonyos színeképnek nem lesz az RGB-rendszerben megvalósítható metamere, tehát nem lesz megjeleníthető pl. egy monitoron.

7.4.2. A színtalálási függvény

Bár az eddig elmondottak szerint egy tetszőleges színeképhez meghatározható az RGB-rendszer-beli súlyvektor, tovább egyszerűsíthetjük a számításokat, ha (7.17)-be beírjuk (7.10)-et:

$$s_j = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} I_i = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} \int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \int l(\lambda) \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} V_i(\lambda) d\lambda. \quad (7.18)$$

Itt kihasználtuk az integrálás és az összegzés felcserélhetőségét, és egy helyre gyűjtöttük a \underline{T} -t és $V_i(\lambda)$ -t tartalmazó tagokat, azaz azokat, amiket a színeképtől függetlenül, csak a színrendszer alapján kiszámolhatunk. Érdekes az így felmerülő függvényt külön jelölni:

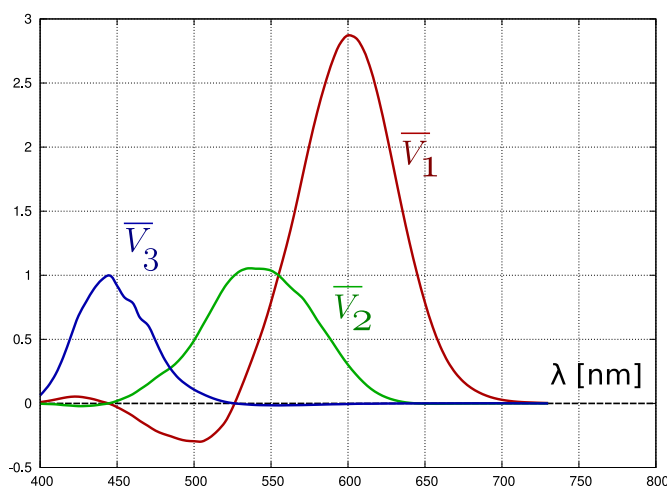
$$s_j = \int l(\lambda) \bar{V}_j(\lambda) d\lambda, \quad \bar{V}_j(\lambda) = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} V_i(\lambda) \quad (7.19)$$

A $\bar{V}_j(\lambda)$ függvényeket az RGB-rendszer **színtalálási függvényeinek** nevezzük. Praktikus \Leftarrow színtalálási fgv.

hasznuk az előző egyenlet alapján nyilvánvaló: a színek és a színtalálási függvények szorzatának integrálja megadja a RGB-értékeket. Ebből egyből következik egy fontos tulajdonságuk: $l(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$ egységnyi vonalas színekre alkalmazva $s_j = \bar{V}_j(\lambda_0)$ -t kapunk, azaz a színtalálási függvények megmutatják, hogy egy adott hullámhossz tiszta színnek mi a metamere az RGB-rendszerben.

A színtalálási függvények annyira fontosak a színmérésben, hogy a CIE szabványai valójában ezt rögzítik, nem a spektrális érzékenységi függvényeket, hisz a gyakorlatban a legtöbbször azt a feladatot kell megoldani, amit (7.19) mutat: a színekéből kell az RGB-értékeket kiszámolni.

A számítások eredményét a 7.6. ábra mutatja.



7.6. ábra. Az RGB-rendszer színtalálási függvényei.

Amint azt a fenti inverz mátrix negatív elemeiből sejtettük, negatív elemek lépnek fel. A színtalálási függvények több helyen negatívvá válnak, ezek közül a legjelentősebb az, hogy $\bar{V}_1(\lambda)$ negatív kb. 440–540 nm esetén. Ez azt jelenti, hogy az ilyen hullámhosszúságú (kékészöld) tiszta szín nem jeleníthető meg az RGB-rendszerben. Alaposabban megfigyelve a színtalálási függvények görbéit, máshol is láthatunk ilyen negatív tartományokat, még ha azok nem is olyan mértékűek, mint az előbb említett.

7.4.3. A színtalálási függvények normálása, a színhőmérséklet

A $\bar{V}_j(\lambda)$ színtalálási függvények több lépcsőn keresztül a $V_i(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvényekből származnak. Előbbiek normálása befolyásolja $\bar{V}_j(\lambda)$ -t is. Ki lehet azonban mutatni, hogy $V_i(\lambda)$ -k bármelyikének konstanssal való szorzása csak a $\bar{V}_j(\lambda)$ függvények konstanssal való szorzásához vezet. Mivel a gyakorlatban a számítások nagy része a színtalálási függvényekkel történik, ezek normálását szokás rögzíteni.

Az egyik lehetséges választás, hogy megköveteljük: a $l(\lambda) = l_0 = \text{áll. konstans}$ színekhez azonos R, G és B értékek tartozzanak. Első pillantásra ez az egyetlen értelmesnek tűnő normálás, hisz így a „fehér” színhez azonos R, G, B értékek tartoznak.

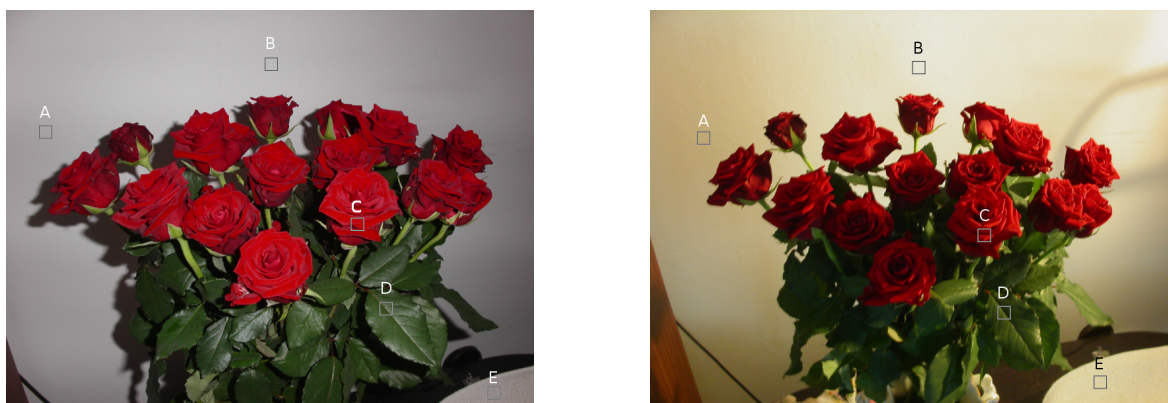
A gyakorlatban azonban ritkán találkozunk igazán fehér, azaz konstans színekű fényforrással, így egy olyan lapról, ami minden hullámhosszat azonos mértékben ver vissza, nem konstans színek, hanem a fényforrás színe jut a szemünkbe. A tapasztalat szerint ha a fényforrás színe viszonylag kicsit változik a látható tartományban, szemünk adaptálódik ehhez és azt tartja fehérnek, amiről agyunk tudja, hogy az: ennek érdekében a színerzékelés normalizálását automatikusan utána állítja.

Ez persze néha becsaphat minket a színérzékelésben, de összességében hasznos tulajdonság, mert így egy izzólámpa és a Nap fényénél is kb. ugyanolyan színűnek érezzük a tárgyakat, holott a színek lényegesen eltér.

Ezért a színtalálati függvények normálását úgy szokták végezni, hogy vesznek egy referencia-színképet, melyet „fehér”-nek nevezünk, kiszámolják ennek RGB értékeit, és ezzel leosztják az eredeti függvényeket. Így a „fehér” szín azonos R, G ill. B értékekkel jelenik meg. Ezt a folyamatot nevezik a **fehéregyensúly** beállításának.

⇐ fehéregyensúly

Ezt a folyamatot igényes fotózáskor, filmfelvételnél időről időre ismételt el kell végezni: egy lapot, amiről tudjuk, hogy fehér kell az adott megvilágítás mellett lefényképezni és az így kapott értékek szolgálnak normálási faktorul. A modern digitális fényképezőgépek ezt a funkciót automatikusan elvégzik, bár néha tévesztenek és akkor igen elcsúszott színekészletet kaphatunk.



7.7. ábra. Azonos téma vakuval (balra) és a lámpafény mellett (jobbra) fényképezve. A leolvasott színértékeket lásd a 7.1. táblázatban.

A 7.7. ábrán ugyanazt a jelenetet láthatjuk egyszer vakuval, egyszer lámpafény mellett fényképezve. A képek közt természetesen számtalan különbség a megvilágítás geometriájából adódik: mivel a vaku közel van az objektívhez, jellegzetes árnyékokat vet a tárgy mögött a falon. A lámpafény oldalról érkezik, és nem annyira egy pontból jön, ezért egész más árnyékokat vet. Itt azonban nem e geometriai eltérésekre, hanem a megvilágítás színegyensúlyának hatására koncentrálunk, ezért az A, B, ..., E kis területekről mindegyik képen leolvastuk az RGB értékeket és ezeket a 7.1. táblázatba írtuk be. Látható a tendenciózus eltérés: lámpafényben a vörös relatív erőssége megnő, narancsos alaptónust kölcsönözve az egész képnek.

	vaku	lámpa
A	(0,65; 0,64; 0,64)	(0,75; 0,67; 0,45)
B	(0,74; 0,73; 0,74)	(0,91; 0,90; 0,83)
C	(0,72; 0,04; 0,06)	(0,52; 0,03; 0,02)
D	(0,36; 0,40; 0,27)	(0,27; 0,30; 0,09)
E	(0,58; 0,55; 0,54)	(0,86; 0,81; 0,63)

7.1. táblázat. A 7.7. ábráról leolvasható RGB-értékek táblázata.

A táblázat értékeinek feltűnő tulajdonsága, hogy A, B és E minták esetén a vakus kép RGB-értékei majdnem tökéletesen azonosak. Ez a fényképezőgép színegyensúly-beállításának köszönhető: a valóságban fehér fal (A, B) és tárgy (E) színét sikerült azonos RGB-értéknek megfeleltetni. Az izzólámpa fénye azonban túl vörösesnek bizonyult, és a fehér tárgyak erősen narancsszínűek, a zöld levelek (D) inkább zöldessárgák. Figyelemre méltó azonban

szemünk alkalmazkodóképessége: ha csak az izzólámpás felvételt nézzük, nem zavaró pl. a levelek zöldessárga volta.

Az egyszerűség kedvéért általában valamilyen hőmérsékletű **abszolút fekete test** színképét szokás referencia-színképnek tekinteni, azaz $l(\lambda)$ -t (2.1) alapján számoljuk. Ekkor egy kép **színhőmérsékletének** nevezzük azt a T hőmérsékletet, amihez tartozó feketetest-színkép szolgált a fehéregyensúly beállítására. \Leftarrow absz. fekete test
 \Leftarrow színhőmérs.

Azok a fényforrások, melyek valóban közelítőleg feketetest-sugárzást bocsátanak ki, hőmérsékletüknek megfelelő színhőmérsékletet eredményeznek. Így pl. a gyertya 1500–2000 K, a hagyományos izzó 2700–3200 K körüli, a direkt napfény 5500–6000 K-es színhőmérsékletű. Más fényforrásokhoz csak számítással lehet megadni, melyik hőmérsékletű feketetest-sugárzás esik a legközelebb hozzájuk, és ennek nem feltétlen van kapcsolata a forrás termodinamikai hőmérsékletéhez. Például minden kékes fény a napfénynél magasabb színhőmérsékletű, így mondjuk az ég kékje 6500–7500 K színhőmérsékletnek felel meg.

Érdeemes kipróbálni a rendelkezésünkre álló színes hardvereken, milyen színhőmérséklet-beállítást tesznek lehetővé. Sok monitor önmagában hangolható 2–3 érték valamelyikére; a legtöbb számítógép grafikus kimenetének paraméterei programból állíthatók; továbbá a digitális fényképezőgépeken is sokszor választható kézi színhőmérséklet-megadás. Ezekkel kísérletezve érdekes eredményeket kaphatunk és megérthetjük, hogy miért lesz néha kellemetlenül narancssárgás egy izzólámpánál készült kép.

7.4.4. Az rg-színpatkó

A színtalálati függvények segítségével a színképek és az RGB-értékek kapcsolatát matematikailag megadtuk. Jól megválasztott grafikus ábrázolással azonban ez a kapcsolat sokkal áttekinthetőbbé tehető.

Az ábrázolást egyszerűsítsük az által, hogy észrevevesszük: a színképtől lineárisan függnak az RGB-komponensek, tehát pl. minden hullámhosszon kétszeresére növelve a színképet, az R, G és B komponensek mindegyike megkétszereződik. Amennyiben ez a kétszerezés még nem viszi valamelyik komponenst a telítés közelébe, ez ugyanazt a színérzetet eredményezi, csak az intenzitás fog különbözni. Ha csak a színre vagyunk kíváncsiak, akkor érdemes az RGB értékeket normálni egy intenzitás jellegű mennyiséggel. Legkézenfekvőbb az $R + G + B$ értékkel való osztás, azaz az alábbi mennyiségek bevezetése:

$$r = \frac{R}{R + G + B}, \quad g = \frac{G}{R + G + B}, \quad b = \frac{B}{R + G + B}. \quad (7.20)$$

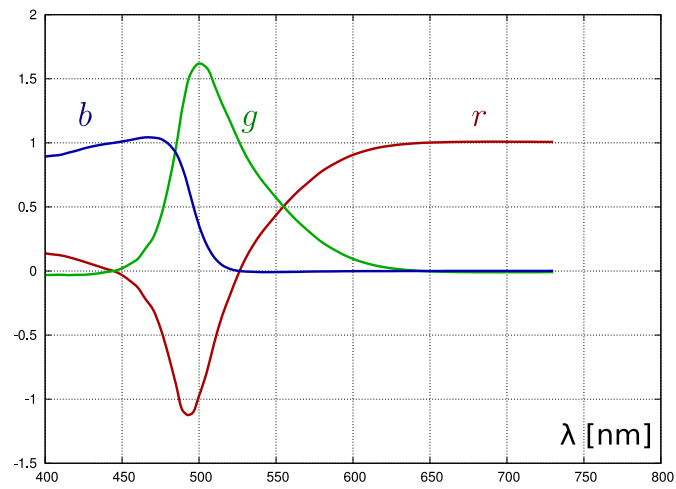
Ábrázoljuk először csak a tiszta színek esetét. A 7.8. ábrán mindhárom görbét bemutatjuk.

A színkép számmal szorzására ezek a mennyiségek nem érzékenyek, ezért valóban csak a szint mutatják meg. Ráadásul elég közülük kettőt megadni, mert a harmadik könnyen kiszámítható, pl.: $b = 1 - r - g$. Az tehát, hogy valami milyen színű, az r és g értékekkel megadható. Az összes szín ábrázolható tehát egy síkbeli r - g koordináta-rendszerben. A tiszta színek esetében ez azt jelenti, hogy az r - g síkban ábrázoljuk az

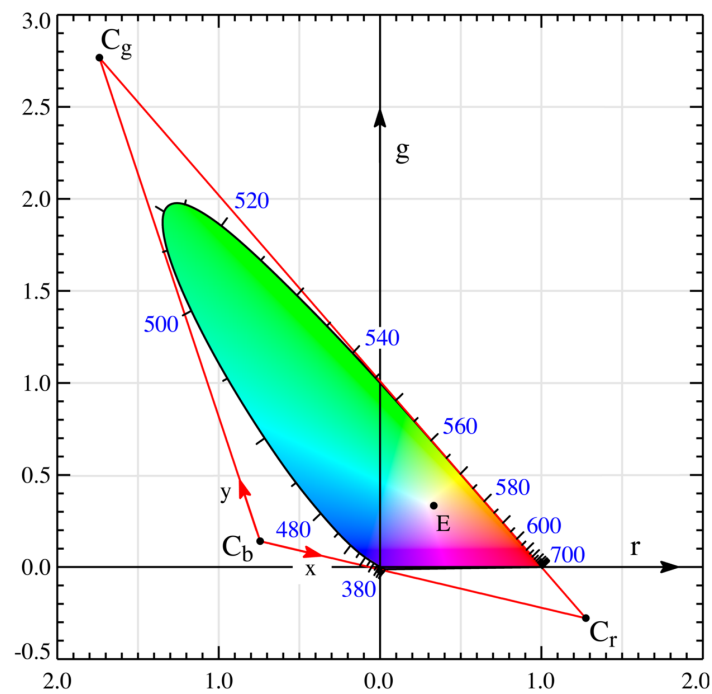
$$r(\lambda) = \frac{\bar{V}_1(\lambda)}{\bar{V}_1(\lambda) + \bar{V}_2(\lambda) + \bar{V}_3(\lambda)}, \quad g(\lambda) = \frac{\bar{V}_2(\lambda)}{\bar{V}_1(\lambda) + \bar{V}_2(\lambda) + \bar{V}_3(\lambda)} \quad (7.21)$$

paraméteres görbét a $\lambda \in [380 \text{ nm}, 800 \text{ nm}]$ tartományban.

Figyeljük meg a ?? ábrán ezt az $(r(\lambda), g(\lambda))$ görbét! Első pillanatban feltűnik, hogy a negatív r tartománya igen jelentős része átnyúlik. Nem annyira szembeötlő, de látható, hogy a görbe a $g < 1$ tartományba is belemegy. Az pedig csak egy kis utánagondolás után derül ki, hogy az $r + g > 1$ félsíkba is belemetsz a görbe, pedig itt $b < 0$.



7.8. ábra. Az r , g , b függvények értékei tiszta színek esetén



7.9. ábra. A színpatkó az rg -síkban. [Forrás: Wikipédia]

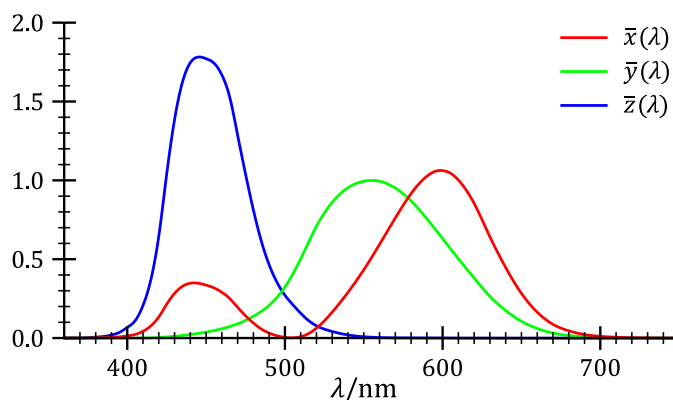
A 7.9. ábrán nemcsak a tiszta színeknek megfelelő görbét láthatjuk, hanem ennek belseje is ki van töltve. Ez azért van így, mert az összes szín bele kell essen a az előző görbe belsejébe. Képzeljük el ugyanis, hogy egy színek két színekvonalból áll. Ekkor az előző ábra görbéjén kikereshetjük a két tiszta színnek megfelelő pontot és ezek összekötő szakaszán, azaz valahol a színpatkó belsejében lesz eredőjük. Ha még egy színekvonalat hozzáadunk az eddigi kettőhöz, annak és az előbbi belső pontnak az összekötő szakaszán kapunk egy pontot, ... így akárhányszor színekvonalból is áll a színek a színpatkó belső pontja fog neki megfelelni. Egy folytonos színek pedig jól közelíthető számtalan vonalas összegével (pl. 1 nm-enkénti felosztással), így azoknak az rg -értékei is a patkó belsejében lesznek.

Így tehát az összes szín (de nem az összes intenzitás) feltűnik a ?? ábrán. Ezekből a fentiek szerint csak az I. síknegyedbeli színek ábrázolhatóak pontosan, mert a többi esetben valamelyik színekkoordináta negatív, azaz fizikailag nem megvalósítható. Ezen színek csak közelítőleg tudtuk az ábrán is feltüntetni, a negatív komponensek nullázásával.

Minden korláta ellenére ez a színpatkó igen hasznos: látható rajt a színek „térképe”, azaz hogy melyik szín melyikhez áll közel vagy távol és tipp is adható arra, hogy az adott szín vajon milyen tiszta színekből keverhető ki.

7.4.5. Az XYZ-rendszer

Az RGB-rendszer negatív színtalálási függvényei kényelmetlenek a számításokkor. Ezért a CIE olyan additív színtrendszert választott a további számítások alapjául, mely egyrészt könnyen átszámolható az RGB-re, másrészt színtalálási függvényei nemnegatívok, harmadrészt egyik komponense legyen az emberi fényérzékeléssel egyenesen arányos, azaz adja meg közelítőleg a fotometriai fényességét az adott színek. E követelményeknek leginkább megfelelőnek az XYZ-rendszert találták, melynek színtalálási függvényeit a 7.10. ábra tartalmazza.



7.10. ábra. A CIE 1931-es szabványos színtalálási függvényei az XYZ-rendszerbe. [Forrás: Wikipedia]

E komponensek közül a középső arányos az emberi fényességérzékeléssel, azaz $\bar{y}(\lambda)$ közel konstansszorosa a fotometriában bevezetett spektrális érzékenységi függvénynek ($V(\lambda)$).

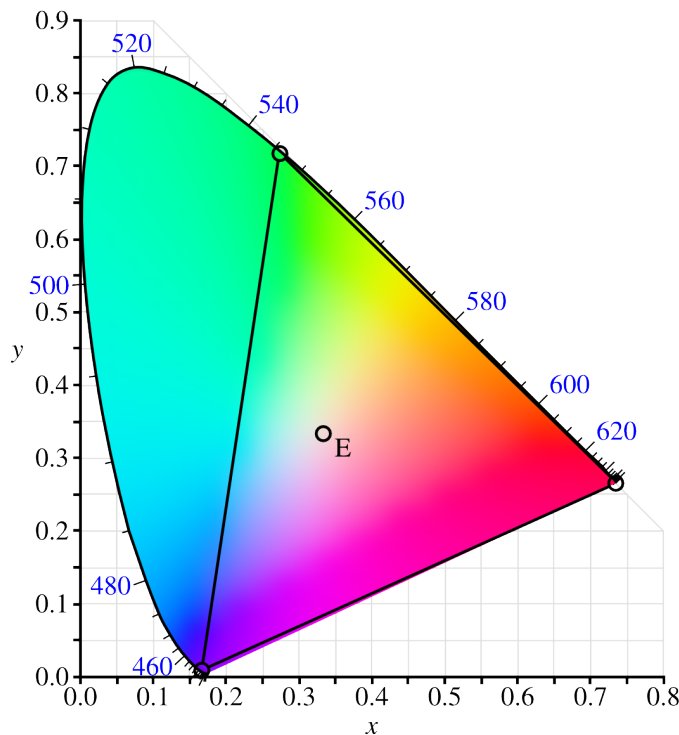
Az RGB és XYZ koordináták közti kapcsolatot a következő összefüggés adja meg:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,49 & 0,31 & 0,20 \\ 0,17697 & 0,81240 & 0,01063 \\ 0,00 & 0,01 & 0,99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

Az r és g értékekhez hasonlóan érdemes bevezetni az x és y értékeket:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad (7.23)$$

Ezzel a transzformációval a színpatkó az I. síknegyedbe kerül, ahogy az a ?? ábrán láthatjuk.



7.11. ábra. A színpatkó az xy -síkban. [Forrás: Wikipedia]

Történeti okokból a mai napig az xy -színpatkó a leggyakrabban használt színtérkép, ezért igen fontos megismerni. Az rg -színpatkóhoz hasonlóan ennek is a külső peremén a tiszta színek találhatók, középtájon, pontosabban az $(1/3, 1/3)$ pontban pedig a fehér (szürke) szín. Az RGB-rendszer alapszínei a peremen vannak és az ezek által meghatározott háromszögben található minden olyan szín, amely RGB-rendszerben fizikailag realizálható.

7.4.6. A gamma-korrekción

Nem tartozik szorosan a színelmélet alapjaihoz, de az alkalmazások szempontjából igen fontos kérdés, hogyan tároljuk a színcsatornák értékeit, azaz pl. az R , G és B komponenseket. Az előzőekben kiszámolt értékek ugyanis nem mindig a legalkalmasabbak a közvetlen tárolásra vagy adattovábbításra. Sok képmegjelenítő hardver ugyanis nemlineárisan viselkedik, ezért pl. kétszer akkora R értékből lineárisan képezett kétszer akkora vezérlőjel nem kétszeres fényerősséget eredményez a kijelzőn. A több évtizedig domináns katódsugárcsővek (amik a hagyományos TV-készülékekben és monitorokban találhatók) esetén pl. közelítőleg a vezérlő feszültség 2,2. hatványával arányos a képernyőn megjelenő fényerősség.

A számszerű érték természetesen függ a konkrét berendezéstől; 2,0 és 2,5 közötti értékek a leggyakoribbak. A „2,2” a nemzetközi gyakorlat által elfogadott közepes érték.

Ez azt jelenti, hogy ha egy színcsatorna Q értéke, helyett egy olyan gamma-kódolt értéknek felel meg a kijelző tartalma, amit ez a formula ad meg:

$$C_\gamma(Q) = C_m \cdot \left(\frac{Q}{Q_m} \right)^\gamma \quad (7.24)$$

ahol Q_m a maximális színcsatorna-érték C_m pedig a maximális kódolt érték. (Ezeket sokszor 1-nek lehet venni, ha nekünk áll módunkban a skálázást megválasztani.)

Ez a nemlineáris viselkedés azt eredményezi, hogy ha a fenitek szerint kiszámolható színcsatorna-értékeket tároljuk és azzal egyenesen arányos jelet viszünk egy monitor vezérlésére, a színcsatornák értékének egységnyi változása kis változásként jelenik meg a sötét, nagyként a világos tartományban. Ráadásul, mivel a maximális fényerő rögzített, ez az sötét részek elsötétülését jelenti, azaz a kép kevésbé megvilágított részei zavaróan még sötétebbek lesznek a kelletténél.

A megoldás kézenfekvő: valahol egy ellentétes értelmű transzformációt kell végrehajtani. Szerencsére a hatványfüggvény tulajdonságai miatt ezt könnyű megtenni: a γ . hatvány inverze az $1/\gamma$. hatványozás, azaz akár a kódolt értéket emeljük $1/\gamma$. hatványra, akár a színcsatorna-értékkel tesszük ezt meg tárolás előtt, végeredményben az eredeti jellel egyenesen arányosat kapunk a kimeneten.

Az egyik lehetőség az, hogy magába a megjelenítő eszközbe építjük bele a korrekciót, azaz nem a színcsatorna-értékkel egyenesen arányos, hanem annak mondjuk $1/2,2 \approx 0,45$. hatványával arányos jellel vezéreljük a megjelenítést. A másik megoldás, hogy már a tároláskor korrekciót végzünk, azaz a kép keletkezésekor megállapítjuk az R , G és B értékeket, de nem ezeket tároljuk, hanem egy $R^{0,45}$, $G^{0,45}$ ill. $B^{0,45}$ -tel arányos értéket. Ha ilyen jelet küldünk egy monitorra, ami a jel $2,2$. hatványával arányos fényességet ad, épp lineáris átvitelhez jutunk.

Történeti okokból az utóbbi megoldás az elterjedtebb, azaz a legtöbb képalkotó rendszer már az értékek tárolásakor nem közvetlen a mért színcsatorna-értékeket tárolja, hanem úgynevezett **gamma-kódolást** hajt végre rajta, azaz egy Q érték helyett a fenti gamma-kódolást ⇐ gamma-kódolás hajtja végre a várható megjelenítő eszköz gamma-értékének reciprokával.

Mindezeket tudnunk kell, amikor igazán precíz képmegjelenítést szeretnénk elérni. Tájékozódjunk a monitorunk, grafikus kártyánk, egyéb hardverelemünk esetén az alkalmazott gamma-értékről és annak esetleges átállítási lehetőségéről. A legtöbb grafikus kártya meghajtóprogramja biztosítja a gamma-korrekció állításának lehetőségét, de ezt sokszor nem a program legelső lapján, hanem kicsit rejtettebben (pl. „Speciális beállítások” név alatt) nyújtja.

A gamma-korrekció egyébként jó lehet akkor is, ha nem a hardver-nemlinearitásokat korrigáljuk, hanem a világosabb vagy sötétebb részeket akarjuk kiemelni a képből. Például vakuval készült fotón a háttér, vagy erős háttérfény esetén a fényképezett személyek sokszor túl sötétek, mert oda kevés fény jutott. Egy 1-nél kisebb gamma-értékű korrekcióval a sötétebb részek úgy lesznek kiemelhetők, hogy a legfényesebb pontok sem lépik túl a számábrázolási pontosságot. Ilyen esetet mutatunk be a 7.12. ábrán. Itt a középső az eredeti kép, jobbra a helyesen, 1-nél kisebb gamma-értékkel korrigált kép, balra a rossz, részleteket még jobban elrejtő korrekció esete.

7.5. A színtér (gamut)

A színtanban **színtérnek** nevezzük az adott színrendszerben ábrázolható színek halmazát. ⇐ színtér
(Magyar nyelvű írásokban a színtér szó angol változata, a **gamut** is gyakran használt.) ⇐ gamut

Az előzők alapján nyilvánvaló, hogy a színtér igen fontos fogalom. Például az előző alfejezet végén leírtak szerint az RGB-rendszer színtere az xy -síkban egy háromszög, mely



7.12. ábra. Egy erős háttérfényben készült fotó gamma-korrekciója.

a 7.11. ábrán jelölve is van. E háromszögön kívüli színek nem ábrázolhatók az RGB-rendszerben.

Eddigi ismereteink alapján az alábbi dolgok nyilvánvalóak:

- Egy tetszőleges additív színrendszer alap színeképei mindenképp az xy -színpatkóban vannak; ha ezek tiszta színek, akkor a külső peremen, ha nem tiszták, akkor beljebb.
- Additív színrendszerben nemnegatív súlyokkal csak az alapszínek által meghatározott háromszögeken belüli színek ábrázolhatók, ezért az alap-színeképek xy -síkbeli pontjai által meghatározott sokszög belseje lesz a színtér.

Ezekből látszik, hogy akárhogy is módosítanánk az RGB-rendszer alappontjait, nagyságrendi javulást a színtér méretében nem tudnánk elérni. Igazi növekedés csak az alappontok számának növelésével érhető el, azaz pl. egy $K = 5$ vagy 6 alapszín használó rendszerrel, de ekkor is ügyelni kell, hogy azok úgy legyenek elosztva, hogy az általuk meghatározott sokszög a színpatkó minél nagyobb részét lefedje. Igazán nagy színhűséget követelő alkalmazásoknál ezért nem 3, hanem akár 6 alapszín használnak. (Bizonyos speciális filmek és nyomdagépek rendelkeznek ennyi alapponttal.)

Természetesen a több alapszín használatának komoly hátrányai vannak: egyrészt a számítások elbonyolódnak, hisz (7.9) egyenletben definiált \mathbf{T} transzfomációs mátrix nem lesz négyzetes, azaz nem lesz inverze, így (7.11) egyenletnek általában végtelen sok megoldása lesz, melyek kezelése nagyobb körütekintést igényel. \mathbf{T}^{-1} híján a színtalálási függvények sem definiálhatók: 3-nál több alapszín használata tehát nagyon elbonyolítja a színtani számításokat. Ezen kívül a szabványosítás és több alappontú rendszerek elterjesztése előtt üzletpolitikai akadályok is meghúzódnak: a mai, elterjedt színes hardverek többsége az RGB-t vagy valamilyen módosított RGB-rendszert használja, és egy többszínű rendszerre való áttérés a képrögzítő berendezésektől kezdve a grafikus fájlformátumokon át a megjelenítő hardverek együttes cseréjével érné el csak a célját. Ez túl nagy teher a várható haszonhoz képest, és úgy tűnik, a közeljövőben a 3 alappontú rendszerek maradnak elterjedve szíves körben.

Az is biztos, hogy a 3 alappontú rendszerek teljes elvi gamutja csak monokromatikus fényforrásokkal érhető el. Ezt leginkább a lézerek valósítják meg, azaz legnagyobb színtér a lézeres megjelenítőktől várható. A szokásos monitorok alap színeképei azonban elég távol vannak a monokromatikusától, ahogy azt pl. 2.8. ábrán láthatjuk. A fentiek szerint ez azt jelenti, hogy a színtér sarkai nem a színpatkó peremén lesznek, hanem a belső, telítetlenebb tartományok irányába mozdulnak el, azaz az ábrázolható színek száma jóval kisebb lehet, mint amit a színrendszer elvileg tud.

...

Az xy -színpatkón kívül bizonyos vizsgálatoknál magasabb dimenziós színtér ábrázolásoknak is van értelme. Ilyen szokásos ábrázolások:

- xyY -diagramok: Az xy -sík csak a színezetet mutatja, az emberi szem által érzékelt fényerősséggel az Y -koordináta kapcsolatos. A színes megjelenítő eszközök sajátossága, hogy nagy fényerő mellett gamutjuk szűkül. Például ha az egyes alapszíneket kibocsátó egységeik külön-külön vett maximális fényerejénél nagyobbakat akarunk megjeleníteni, mindenképp több alapszín-forrást kell bekapcsolni egyszerre, ami viszont nem teszi lehetővé az alapszínképekhez közeli színek előállítását, de a kibocsátók korlátai más helyeken is szűkítik a színteret.
- LMS -diagramok. Azt, hogy mit milyen színűnek érzünk, az egyes csaptípusokban ébredő ingerülettel jellemezhető a legjobban. Ezt szokás (főleg angol nyelvterületen) az L =long, M =medium, S =short betűkkel jellemezni a csapok hullámhossz-tartományának megfelelően.
Ezek valójában a (7.2) egyenletben definiált ingerület-értékek, azaz

$$(L, M, S) = (I_1, I_2, I_3) \quad (7.25)$$

Az LMS -rendszer haszna nyilvánvaló: ezek vannak a legközelebbi kapcsolatban a neurológiai folyamatokkal.

7.6. Módosított RGB-rendszerek

Az RGB-rendszer alapvetően jó keretet adott a színes képmegjelenítéshez. Mégis, bizonyos okokból a gyakorlat igényeihez igazított változatok jelentek meg.

7.6.1. Az sRGB-rendszer

Az sRGB-rendszer széles körben elterjedt a mai számítógépeken. Kifejlesztését az a szükségesség, hogy közelítsenek a reális hardverek tulajdonságaihoz és hogy a kis ábrázolási pontosság (általban 8 bit/szín) mellett is a szem érzékenységi tartományát minél jobban, egyenletesebben lehessen lefedni.

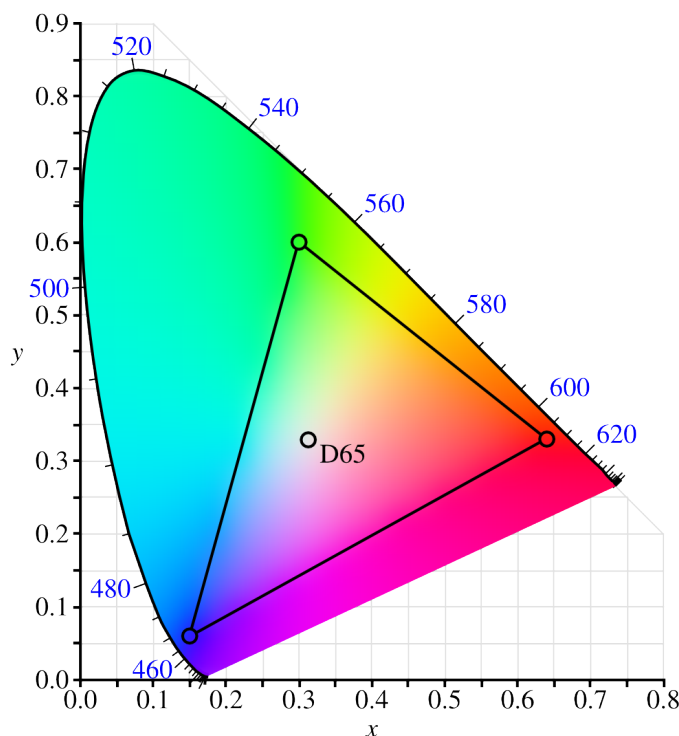
Ezért az eredeti CIE 1931-es RGB-rendszeréhez képest az alábbi változások történtek:

- Az alap színek nem tiszta színek, hanem a gyakorlathoz közelebb álló, kis színtartományokat tartalmaznak. Ezért a színtér alappontjai nem a színpatkó peremén vannak.
- A szélső alappontok a látható tartomány közepe felé lettek elmozdítva, mert ott az emberi szem nagyon kevésbé érzékeny, így egy direkt RGB-rendszerű hardver pl. a 700 nm-es hullámhosszon igen nagy teljesítménnyel kellene sugározzon, hogy számottevő fényérzetet okozzon. Az előző kis színtartományok közepe így közelítőleg 610; 550 illetve 460 nm-nél lesz. (Emlékeztetőül: az RGB-rendszer esetén ezek 700; 566,1 illetve 435,8 nm voltak.)
- Az sRGB specifikáció azt is meghatározza, pontosan hogyan függjön a hardver által realizált fényesség az RGB értékektől és erre egy nemlineáris összefüggést ad meg. Ennek a célja, hogy az emberi szem nemlineáris érzékenységéhez alkalmazkodjunk, így ha az R, G és B értékeket pl. 8-8-8 biten adjuk meg, akkor a kibocsátott fény által kiváltott fényérzet kb. egyenletesen fedje le az érzékelési tartományt. Ez a transzformáció hasonló a gamma-korrekciónak, de nem egyezik meg vele pontosan.

	vörös	zöld	kék	fehér
x	0,64	0,30	0,15	0,3127
y	0,33	0,60	0,06	0,3290
z	0,03	0,10	0,79	0,3583

7.2. táblázat. Az sRGB-rendszer alappontjai

Utóbbi nemlineáris korrekcióval nem foglalkozunk, ezt meghagyjuk azoknak, akiknek valamiért az sRGB-rendszer részleteit kell ismerniük, de az első két pontbeli változások a színteret alapvetően befolyásolják, így ezt pontosabban leírjuk.

7.13. ábra. Az sRGB-rendszer gamutja az xy -síkon [Forrás:Wikipedia]

Az sRGB és XYZ koordináták közti kapcsolatot a következő összefüggés adja meg:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4124 & 0,3576 & 0,1805 \\ 0,2126 & 0,7152 & 0,0722 \\ 0,0193 & 0,1192 & 0,9505 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (7.26)$$

Mivel a legtöbb hardverünk nem az eredeti RGB, hanem sRGB-t használ, ezért általában ezt a formulát kell használnunk, ha pl. egy grafikus fájlban tárolt színek komponensekből kell a fényesség-értéket (Y) számolni. Természetesen az itt mutatott transzformációs mátrix elemei hasonlítanak az eredeti RGB-t XYZ-re konvertáló formula együtthatóihoz (lásd (7.22)), de az alappontok eltérése miatt szisztematikus eltérések fedezhetők fel.

Az sRGB-rendszer színterének alappontjait a 7.6.1. táblázat, ábrázolását az xy -skíban a 7.13. ábra tartalmazza.

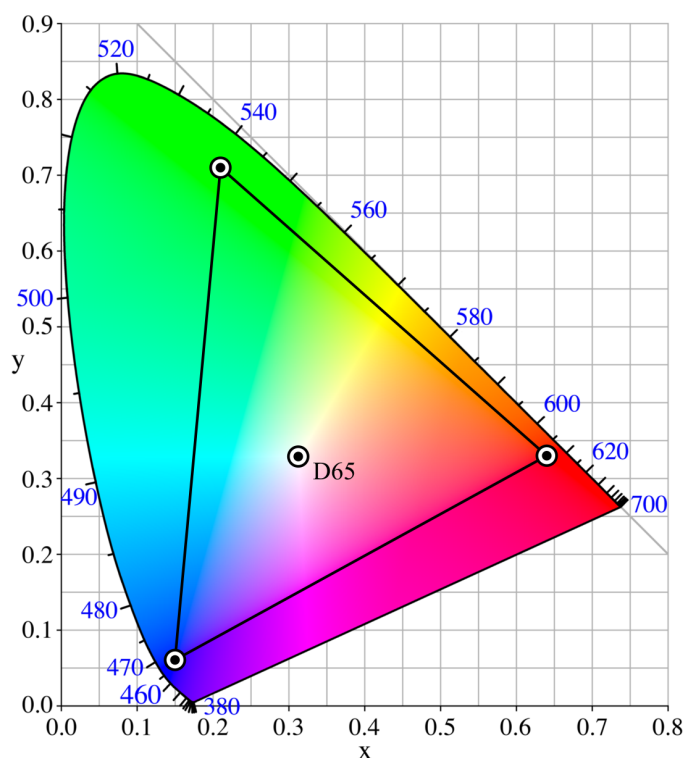
Az sRGB-rendszer hasznos abból a szempontból, hogy jól illeszkedik a jelenleg elterjedt monitorok színteréhez, de sajnálatosan sok szín kimarad belőle, így főleg a kékeszöld árnyalatok. Ezért nyomtatásban nem szokás használni.

	vörös	zöld	kék	fehér
x	0,64	0,21	0,15	0,3127
y	0,33	0,71	0,06	0,3290
z	0,03	0,08	0,79	0,3583

7.3. táblázat. Az Adobe RGB-rendszer alappontjai

7.6.2. Az Adobe RGB-rendszer

Az Adobe RGB-rendszer létrehozásakor az sRGB-rendszer szűk gamutjának korrigálása volt a cél, ezért a fő különbség a középső alappont elmozdítása volt, hogy a kéesszölt tartományból több szín kerüljön bele a színtér-háromszögbe. (A nemlineáris intenzitás-transzformáció is változott, de ennek részletei most nem érdekesek számunkra.)

7.14. ábra. Az Adobe RGB-rendszer gamutja az xy -síkon [Forrás:Wikipedia]

Az Adobe RGB-rendszer alappontjait és színterét a 7.6.2. táblázat és a 7.14. ábra mutatja be.

7.7. A szubtraktív színrendszerek

A **szubtraktív**, azaz „kivonó” színrendszerek ötlete a festékek színkeverésén alapul. A festékrétegek ugyanis a beeső fényből elvesznek valamit, és a maradékot engedik tovább, ami az additív rendszerekkel ellentétes folyamat, innen származik a módszer neve. A „kivonó” szót azonban (sajnos) nem érthetjük egyszerűen matematikai értelemben, mert a több festékréteg hatása általában bonyolultan adható meg. ⇐ szubtraktív szr.

7.7.1. egymásra festett átlátszó rétegek hatása

[Ezt pontosítani kell!!!!]

Egy ideális fehér lap minden színt azonos mértékben ver vissza, így a fényforrás színét látjuk rajta visszatükröződni. Ha a lapra átlátszó festéket viszünk fel, annak visszaverő képessége hullámhossz-függő lehet, azaz az eredeti $l(\lambda)$ színek helyett egy $l(\lambda)f(\lambda)$ színeképet kapunk. Feltéve, hogy a beeső fény fehér, $l(\lambda) = \text{állandó}$, azaz a festékes lap színét $f(\lambda)$ határozza meg. Ha ez a festékréteg átlátszó, akkor duplán felvive nyilván $f(\lambda) \cdot f(\lambda) = f^2(\lambda)$ szűrésnek felel meg a hatása, n réteg pedig $f^n(\lambda)$ szűrést végez. A rétegek számának növelésével tehát változtatni tudjuk a festék hatását, de ez nem egy lineáris függvény szerint történik, azaz sokkal nehezebb ezt matematikailag kezelni, mint az additív színrendszerek esetén az alapszínek konstansszorosait. (Ott feltételezhettük, hogy egy fényerő-szabályzóval az alapszínek konstansszorosát állíthatjuk elő.)

Még bonyolultabb a helyzet, ha több, különböző réteget festünk egymásra. Ekkor, ha a rétegek áttetszőek, mindegyik egymás után szűri meg a fényt, így hatásuk szorozódik, azaz $f_1(\lambda)$ és $f_2(\lambda)$ eredőjeként $f_1(\lambda) \cdot f_2(\lambda)$ -t kapunk. Teljesen általános esetben ez sem kezelhető könnyen, hisz pl. az eredő szín által a szemünkben létrehozott színinger:

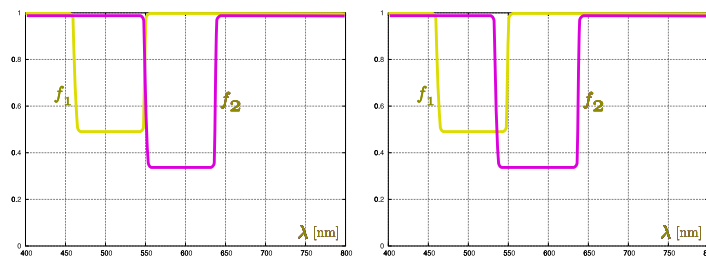
$$I_{12,i} = \int f_1(\lambda) f_2(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7.27)$$

lesz, ahol $V_i(\lambda)$ a három spektrális érzékenységi függvény. Sajnos az integrálás és a szorzás nem felcserélhetőek, így ez nem írható szét egyszerűen a csak f_1 -et és csak f_2 -t tartalmazó tagokra, azaz a több, egymásra festett réteg esetén az eredő színinger nem egyszerű kombinációja a külön-külön vett ingervektoroknak.

Ezért –érdekes módon– nem is olyan egyszerű olyan rajzoló programot készíteni, amely hűen szimulálja a több festékkal azonos lapra való, átlapoló festést. A megfelelő szimulációhoz nem elég a két szín RGB értékeit vagy azok kiegészítő színeit egyszerűen szorozgatni.

Természetesen mindez megfelelő számítási tudás és kapacitás esetén követhető, de nagyon elbonyolítja, áttekinthetetlenné teszi a helyzetet, ezért általában törekednek valamilyen egyszerűsítésre, ha jól szabályozható eredő színt akarnak elérni.

Az egyik módszer erre a **független színek** használata: $f_1(\lambda)$ és $f_2(\lambda)$ -t függetlennek nevez- ⇐ független színek zük, ha nincs olyan λ érték, mely esetén mindkettő eltér 1-től. Független színekre könnyű belátni, hogy $1 - f_1(\lambda)f_2(\lambda) = (1 - f_1(\lambda)) + (1 - f_2(\lambda))$, azaz az $f_i(\lambda)$ szűrőfüggvények $1 - f_k(\lambda)$ kiegészítő színei összeadódnak.



7.15. ábra. Független (balra) és nem független (jobbra) színek

A független színek esetén tehát a szűrőfüggvények kiegészítő színei összeadódnak, azaz lényegében egy additív színrendszerre vezethető vissza az ilyen színkeverés.

7.7.2. A raszteres árnyalás

Festékekkel történő színkeverésnél elterjedt megoldás, hogy egy színt nem a lap darabjainak egybefüggő befestésével, hanem olyan sűrű pöttyözéssel visszük fel, amely a szemlélő számára összemosódik, mert a felbontóképessége alatt van. Ennek a megoldásnak már egy szín esetén is van értelme, mert kikerüli a különböző vastagságú rétegek felviteléből eredő problémákat. Fentebb ugyanis említettük, hogy a rétegvastagítás hatása nem lineáris az eredő színre nézve ráadásul a festékek felvitelénél alkalmazott eljárások nagy része alkalmatlan erősebben vagy gyengébben festett részek kialakítására.



7.16. ábra. Példa raszteres színkeverésre

Raszteres árnyalásnál két szín kombinációja két színes pöttyrendszer együttes felvitelét jelenti, lehetőleg úgy, hogy a pöttyök a legkevésbé fedjék át egymást. Így a színes festékek nem egymás után szűrnek meg a fényt, hanem egy nagyobb terület más és más nagyságú részét töltik ki az egyes színek és ez ad módot a színkeverés finomabb, egyszerűbb szabályozására. Könnyű ugyanis belátni, hogy ha a két szín pöttyei nem fedik át egymást, akkor együttes hatásuk a két hatás összege, azaz a felvitt festékmennyiségtől lineárisan függ a színek, ami az additív színrendszerekre való visszavezethetőséget eredményezi.

A közforgalomban kapható nyomtatók esetén a leggyakoribb megoldás az, hogy raszteres árnyalást alkalmaznak lehetőleg minél függetlenebb színek keverésére. Amíg kevés festéket kell felvinni a lapra (azaz az előállítandó szín közel van a fehérhez) a különböző színű festékpöttyök nem fednek át, így a festékek kiegészítő színeiből összeállítható additív színrendszerre vezethető vissza a színkeverés problémája. Telítettebb színek esetén viszont a pöttyök részben átfednek, ami azt eredményezi, hogy a festékek visszaverési függvényeinek átfedése mértékében eltérünk az egyszerű additív színrendszerre való visszavezetéstől, és csak az adott festékek pontos ismeretében tervezhető az előálló szín.

Látható tehát, miért van az, hogy színhűséget csak olyan esetekben várhatunk, amikor a nyomtató gyártója által előírt festékeket és a nyomtatóhoz mellékelt szoftvert használjuk, feltéve, hogy a gyártó valóban garantálni tudja, hogy a sorozatgyártás során a festékek minősége állandó marad és a szórófej is megbízhatóan működik.

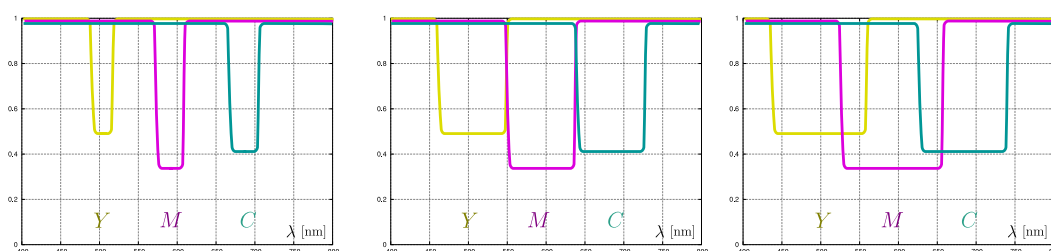
7.7.3. A CMY és CMYK rendszerek

A legelterjedtebb szubtraktív rendszer a C=cyan (ciánkék), M=magenta (lila) és Y=yellow (sárga) alapszínekre épül. Ezeknek nem létezik olyan egységes, szabványos definíciója,

mint az RGB-rendszer alappontjainak, csak nagyjából van meghatározva, hogy az egyes „alapfestékek” milyen színűek. Ha független alapszínképekkel valósítjuk meg a C, M és Y színeket, vagy olyan raszteres ábrázolással, melyben nincsenek átfedések, egyszerűen megfeleltethetők a kiegészítő színekből képezhető additív színrendszernek. Könnyű belátni, hogy a ciánkék kiegészítője a vörös, a liláé a zöld, a sárgáé pedig a kék, azaz egy ideális CMY rendszer egy RGB jellegű rendszernek felel meg. Ez a megfelelés azonban nem teljes körű.

A legkisebb különbség abból fakad, hogy a kiegészítő színek felelnek meg egymásnak, azaz „sok C” megfelelője a „kevés R”: ezt azonban egyszerű matematikailag kezelni. (Nagyon pongyolán $R = 1 - C$ -t mondhatunk, ha a színértékeket 1 és 1 közé skálázzuk.)

Komolyabb eltérést jelent az, hogy a festékeket jellemző $f_C(\lambda)$, $f_M(\lambda)$ és $f_Y(\lambda)$ függvényeket nehéz jól megválasztani. Az biztos, hogy ezeknek olyansmi függvényeknek kell lenniük, mint amit a 7.15. ábrán látunk, de a konkrét paramétereket nehéz meghatározni. Felmerül pl., milyen széles tartományban menjenek 1 alá ezek a függvények. A 7.17. ábrán 3 különböző megoldást mutatunk be.



7.17. ábra. Három különböző szélességű visszaverési függvény-készlet

A bal oldali ábra keskeny visszaverési függvényei jók abból a szempontból, hogy komplementer színűk keskeny színek, tehát a megfeleltetett additív színrendszer közel monokromatikus alapszínékből áll, ami nagy gamutot jelent. Az is előny, hogy itt a színek garantáltan függetlenek egymástól, így e megoldás valóban jól megfeleltethető a lineáris, additív színkeverésnek. Óriási hátrány viszont, hogy nem lehet alacsony intenzitású színt kikeverni ezekből, hisz mindhárom alapfesték teljes mértékű jelenléte esetén is sok hullámhosszon nincs elnyelés, azaz egy fehér megvilágító fény nagy része visszaverődik.

A jobb oldali ábra ennek ellentéte: az átlapoló függvényekből nyilván kikeverhetők a sötét árnyalatok, viszont a széles görbe olyan alapszín eredményez, mely a színpatkó belsejében van, a színtér tehát szűk lesz, ráadásul az alapszín függősége miatt a színkeverést nem számolhatjuk az additív színrendszerek lineáris elmélete alapján.

Jó kompromisszumnak a középső ábra tűnik. Ez azt jelenti, hogy ideális esetben a C, M és Y alapszín visszaverési függvényei olyanok, hogy minden hullámhosszon pontosan az egyik különbözik 0-tól. Ez lehetővé teszi a teljesen fekete színezés előállítását is, de a függvények mégis függetlenek maradnak. A probléma viszont az, hogy ilyen színű festékeket nehéz előállítani, ezért a gyakorlatban mindkét probléma fellép: a valódi festékek visszaverési függvényei nem végtelenül meredek grafikonnal rendelkeznek, így a függetlenség és a fekete szín előállítása közül legalább az egyik sérül. (Általában mindegyik egy kicsit.)

Az iménti problémák egy részét orvosolja a színek közé egy negyedik, a fekete (black=K) felvétele. Ideális esetben ennek visszaverési függvénye azonosan 0, ezért nem teljes lefedettségű alkalmazása az összes szín intenzitását egyszerre csökkenti a kívánt mértékben.

Az így előálló CMYK-rendszer tehát 4 alappontú, de a fekete szín nem független a többitől, így a keverésre nem alkalmazhatók közvetlenül az additív színrendszerek lineáris összefüggései és ugyanannak a színnek több metamerje is előállítható. A gyakorlatban az az eljárás a legelterjedtebb, hogy a fekete festék részarányát a lehető legnagyobb választjuk, mert a fekete festék sokkal olcsóbb, mint a színesek és ez után alkalmazzuk a többit.

Független C , M és Y színek esetén a CMYK-beli megjelenítést a következőképp lehet végezni:

1. A C , M és Y színek komplementereiből képezett, $A_k(\lambda) = 1 - f_k\lambda$ ($k = C, M, Y$) alapszínképű additív színrendszerben meghatározzuk a szín metamerjének s_k együtthatóit.
2. Kiszámítjuk a CMY-rendszerbeli együtthatókat: $r_k = 1 - s_k$. (Egy ideális CMY rendszerben ez már elég is lenne a megjelenítéshez.)
3. Az előbbi r_k értékek minimuma lesz a fekete komponens: $K = \min(r_k)$
4. A végleges C , M és Y együtthatók a fekete komponens levonása után képződnek: $C = r_C - K$, $M = r_M - K$, $Y = r_Y - K$.

Látható, hogy az eljárás során az egyik színes festék mindig kiváltható, azaz minden képpont esetén legalább az egyik színes festék mellőzhető (és a többiből is kevesebb kell), ami jelentősen csökkenti a festék költségeket.

A valóságban a festékek nem ideális volta miatt a függetlenség nem garantálható. Ilyen esetek az eddig elmondottak alapján elvben végigszámolhatók, de ez annyira speciális technikai kérdés, hogy a tárgy kereteit meghaladja. A végeredmény azonban hihető: a nemlinearitás azt eredményezi, hogy a gyakorlati CMYK-rendszerek gamutja görbe vonalú lesz és az RGB-gamutnál hol bővebb, hol szűkebb.

Ez viszont azt jelenti, hogy vannak színek, melyek RGB-ben megjeleníthetők, CMYK-ban nem és fordítva is. Ebből a nyomdatechnika és a színes nyomtatók működésének számos korlátja megérthető.

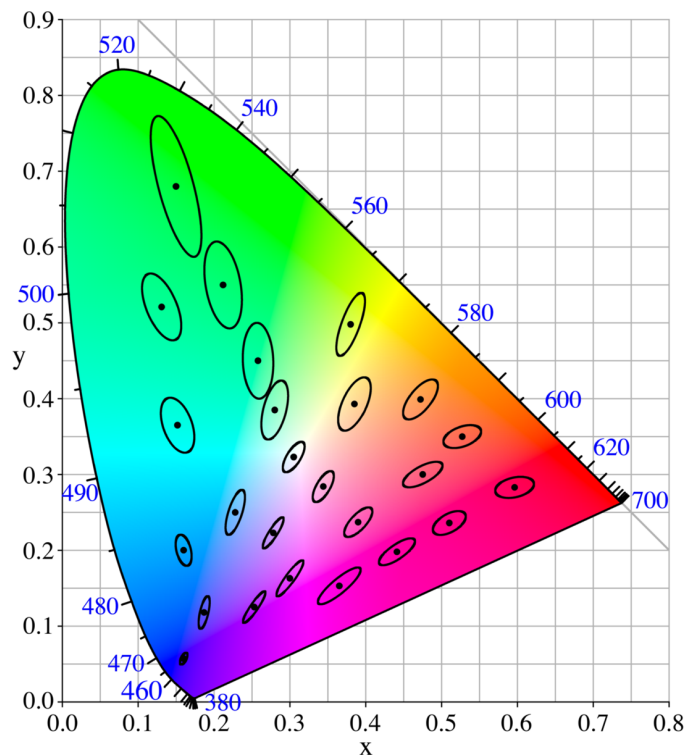
7.8. A szemhez illesztett rendszerek

Az eddig ismertetett színrendszerek alapgondolatait a szem működése adta, de a konkrét megvalósítás inkább technikai, számítási szempontokat tartott szem előtt. Gondoljunk pl. az XYZ-rendszerre, aminek a megalkotásakor a színtalálási függvények nemnegatív voltak, az RGB-rendszerből való könnyű származtathatóság voltak a fő szempontok, és bár az Y -koordináta a szem nappali érzékenységi függvényéhez illeszkedik, a színérzékelésben nem volt előírás, hogy mondjuk az X koordináta egységnyi váltázása a színérzet konstans megváltozását vonja maga után.

Az eddig tárgyalt rendszerek ebből a szempontból nem megfelelőek. Ezt **David MacAdam** ⇐ MacAdam, David kutatásai eredményeivel mutatjuk be.

Ebben a kutatásban azt vizsgálták, milyen eltérések esetén érzékeljük, hogy két szín eltér egymástól. A teszt alanya két színt látott a kísérlet során: egy rögzítettet és egyet, melynek színét az alany szabályozni tudta. (A fényerő rögzített, 48 cd/m^2 volt.) A kérdés az volt, hogy a szabályozható színt állítsa be a személy úgy, hogy azonosnak lássa a rögzített színnel. Természetesen ez nem tökéletes egyezést jelentett, és azonos referencia-színhez ugyanaz az ember sem mindig ugyanúgy állította be a szabályozható, viszont ezek az eltérések információt szolgáltatottak arról, milyen színeltérés az, amit észlelni képesek vagyunk. A kísérlet azt mutatta, hogy az xy -síkból egy adott ponthoz tartozó, attól megkülönböztethetetlen színek kis ellipsziseket alkotnak, amiket **MacAdam-ellipsziseknek** nevezünk. Ezek az ellipszisek ⇐ MacAdam-ellipsz. egyáltalán nem egyforma méretűek és irányultságúak az xy -sík különböző tartományain. A mérések eredményét a 7.18. ábra mutatja. Ezen a láthatóság kedvéért az ellipszisek lineáris méreteit 10-szeresre növelve mutatjuk be.

Látható, hogy az XYZ-rendszer nagyon nem illeszkedik színérzékelésünkhöz. Például a vörös színek esetén inkább vagyunk érzékenyek az x változására, mint az y -ra, zöld esetén pedig ez pont fordítva van. Továbbá az érzékenységek nagysága is igen eltér: például kékes árnyalatoknál már sokkal kisebb x vagy y változást is érzünk mint a zöldek tartományban.



7.18. ábra. A MacAdam-ellipszisek, 10-szeresre növelt mérettel

Az emberi látás jobb megismerésének igénye és a gyakorlati alkalmazások is felvetették olyan színrendszer megalkotásának szükségességét, amely az előbbi értelemben visszatükrözi a szem színérzet-változását. E rendszerek egyik csoportja teljesen tapasztalati alapon született, más része az ismert XYZ rendszer transzformációján alapul.

7.8.1. A Munsell-féle színrendszer

⇐ A.H. Munsell

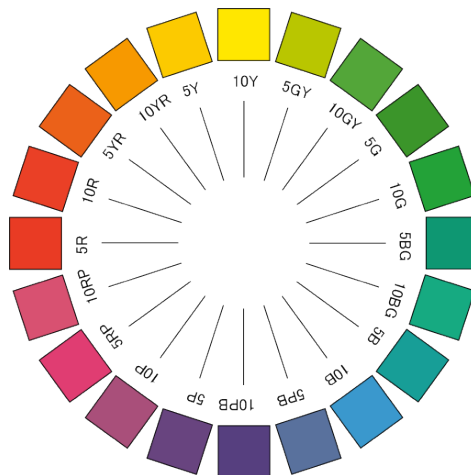
Albert H. Munsell festő a 20. század elején alkotta meg a róla elnevezett színrendszert. A színrendszer megalkotásakor azt a célt tűzte ki, hogy a színekhez olyan számokat rendeljen, melyek egyértelműen azonosítják a színeket és egységnyi megváltoztatásuk a azonos színérzet-változást eredményezzen, bármilyen színről is van szó.

Munsell tudta, hogy a csapok 3 típusa miatt a színek 3 koordinátával jellemezhetők, de koordinátáit nem fizikai mennyiségekből vezette le, hanem a színek jellemzésére használt emberi fogalmakat, a fényességet, telítettséget és a színezetet kategorizálta. A Munsell-rendszer 3 koordinátája ezért a következő lett:

- Hue (színezet): azt mondja meg, melyik teljesen telített színhez hasonlít leginkább a vizsgált szín.

Munsell megfigyelése szerint a teljesen telített (élénk) színek egyrészt a tiszta színek (a szivárvány színei) a vöröstől az ibolyáig, másrészt ezek sora a lila árnyalatain keresztül folytonosan visszavezethető a színek vörös végéhez, így a színezet (hue) egy ciklikus koordinátával adható meg. Ezek specifikálásra Munsell 5 alapszín választott: vörös (R=red), sárga (Y=yellow), zöld (G=green), kék (B=blue) és bíbor (P=purple). E színekhez hozzávette a szomszédosak közt félúton levő színeket is, azaz a sárgászöld (YR), zöldessárga (GY), stb. színeket ezek között pedig 5-5 átmeneti árnyalatot különböztetett meg, így összesen 100 színezet-fokozattal jellemezte a színeket.

E koordinátát lehetne 1-től 100-ig terjedő számokkal is jellemezni, de Munsell inkább olyan jelölést választott, ami az emberi gondolkozáshoz közelebb áll: az előbbi 10 alapszín 1 vagy 2 betűs jele elé írta 1 és 10 közé eső fokozati értékét úgy, hogy a 10 az alapszínnek feleljen meg. Így pl. „10Y” a sárga alapszínt jelenti, az után következő színezet az „1GY”, „2GY”, ..., „10GY”, ami a zöldessárga megfelelője, és innen „1G”, „2G”, ... folytatja a sort. E ciklikus listából mutat be 20 elemet a 7.19. ábra.¹



7.19. ábra. A teljesen telített színek Hue értékei a Munsell-rendszerben.

- Value (érték, fényesség): azt jellemzi, mennyire fényesnek észleljük az adott színt. Munsell vizsgálatai szerint itt elegendő 0 és 10 között jellemezni a színeket. (0=fekete, 10=teljesen fehér).
- Chroma (telítettség): a szín élénkségét, telítettségét jellemzi. Értéke 0 a szürke színekre, az 1, 2, 3 értékek az enyhén színezett (pasztell) árnyalatokat jelentik és a teljesen telített színek (pl. a tiszta színek) 8–16-os chroma értékkel jellemezhetők. Munsell vizsgálatának érdekes eredménye volt, hogy a hue értékektől is függ, mennyi chroma-fokozat létezik, azaz ha azt akarjuk, hogy azonos színérzet-változást jelentsen 1 chroma-érték lépés, akkor pl. a piros (10R) szín esetén 16, a sárga (10Y) esetén csak 12 fokozatot különböztethetünk meg a szürke és a szivárvány szín között. Ráadásul a legmagasabb chroma-érték a value-tól is függ: nagyon fényes és nagyon sötét színekből egyaránt kevesebb telítettség-árnyalat létezik,

A hue-koordináta ciklikus voltából következik, hogy a Munsell-féle színrendszert polárkoordinátákban érdemes megjeleníteni, ahol az 1 és 100 közötti hue-értékek 0 és 360° között szögértékek, a value a tengely mentén mért koordinátának, a chrome pedig a tengelytől mért távolságnak felel meg. A színek ilyenfajta ábrázolását a ?? ábra mutatja be.

....ÁBRA....

Első pillantásra zavaró lehet a ?? ábra, mert a lehetséges színek egy szabálytalan testet határoznak meg. Munsell (és mások is) több kísérletet tettek arra, hogy ez a szín-test szabályosabb legyen (pl. henger alakú), de azt az eredményt kapták, hogy vagy kimaradnak bizonyos színárnyalatok, vagy az így definiálható koordináta nem tükrözi a színérzet-fokozatokat.

Az RGB és XYZ-rendszerekről elmondottak alapján érthető, miért szabálytalan a színtest. Az emberi színérzékelést lehetővé tevő csapok érzékenységi függvényei ugyanis meglehetősen speciálisak, nem szimmetrikusak, erősen átfednek, ami sok esetlegességet visz a színérzékelésbe. Ez már a színpatkók alakján tükröződik.

¹Természetesen a dokumentumban használt RGB-rendszer korlátain belüli közelítéssel.

Jól látható, hogy emberi használatra igen alkalmas a rendszer, pl. a $H=3YB$, $V=6$, $C=3$ szín (szokásos rövidítéssel: „3YB 6/3”) egy inkább sárga felé hajló sárgásszöld színt jelent, közepes fényességgel és kis telítettséggel. Némi gyakorlattal egy látott szín közelítő Munsell-értékei is meghatározhatók, amit azután egy gondosan elkészített, hiteles, nyomtatott színtérkép segítségével pontosíthatunk. Az ilyen színtérképeket nagyon gondosan, sok festéket felhasználva készítik, így ezek nemcsak az RGB-rendszer színterén belül használhatók.

Ilyen, szemmel és színtérképpel végzett színmeghatározásokat a festékgyártástól kezdve a termőtalajok osztályozásáig sok helyen használnak.

7.8.2. A Coloroid-rendszer

A Coloroid-rendszert a Budapesti Műszaki Egyetemen Nemcsics Antal fejlesztette ki. Célja a Munsell-rendszerhez hasonlóan az volt, hogy a színrendszer koordinátáinak egyenletes változtatása a színérzetet is egyenletesen változtassa, emellett viszont a színtest legyen szabályos hengerbe foglalható legyen, azaz a teljesen telített színekhez azonos érték tartozzon. Cél volt továbbá az, hogy a színrendszerben jobban lehessen megtalálni a harmonizáló színeket. Bár a rendszer kialakítása alapjául sok tízezer ember által végzett színérzékelési megfigyelések szolgáltak, az eredményül előálló színrendszer és a CIE XYZ koordináták közt szabványos átváltási formulákat is előállított a rendszer feltalálója, így a Coloroid-színrendszer amellelt, hogy az emberi színérzékelésből van származtatva, egyértelmű kapcsolattal rendelkezik a színmérő rendszerekhez.

A Coloroid-rendszer, a Munsell-rendszerhez hasonlóan polárkoordinátákban ábrázolja a színeket. Jellegükben ezek hasonlóak, mint a Munsell-rendszer Hue, Chroma és Value értékei, de számszerűen eltérnek attól.

- A : Coloroid színezet (hue)
- T : Coloroid telítettség (saturation)
- V : Coloroid fényesség (luminosity)

...ÁBRA....

A Coloroid-rendszer megalkotásakor követelmény volt, hogy a színtest egy hengerbe foglalható legyen, annak palástját belülről körbe-körbe érintse, azaz a maximális telítettségnek azonos T érték feleljen meg. Az emberi színérzékelés szabálytalansága miatt ez azonban csak úgy tud megvalósulni, ha a befoglaló henger palástján egy speciálisan futó görbe vonalon vannak a teljesen telített színek.

A színezet-koordináták megállapításának alapötlete az volt, hogy az xy -színpatkó neutrális pontjából mért φ irányszögét vesszük alapul. Az emberi színérzékelés egyenetlen voltát úgy tükrözzük a színrendszerben, hogy 48, az érzékelés szempontjából egyenletesen elhelyezkedő alapszín lett megállapítva, de ezek sorszámozása nem egyenletes, pl. $A = 10, 11, \dots, 16$ sárga színárnyalatokat jelöl, a következő tartomány viszont a 17, 18, 19 értékek kihagyásával az $A = 20, 21, \dots, 26$ értékekhez tartozó narancs árnyalat, stb. A hosszú, sok ember bevonásával történő mérésorozat eredményeként olyan színkör állt elő, mely az emberi színérzékeléshez igazodó nem egyenletes szögértékeknél tartalmazza a 48 alapszínt. Egy táblázat (vagy a szerzők által írt szoftver) alapján a fenti φ szög és a színezetet jellemző szám közt egyértelmű megfeleltetés tehető.

...ÁBRA....

A CIE XYZ-rendszerének x , y és Y koordinátái alapján a Coloroid-rendszer-értékei az alábbi módon számolhatók:

Jelölje a '0' index a D65-jelű, CIE szabványos fényforrás megfelelő értékeit, 'w' a választott abszolút fehér, 's' az abszolút feketének tekintett pont paraméterei, a 'λ' alsó

index a határszínek paramétereit jelölje. Legyen továbbá $\varepsilon_i = (X_i + Y_i + Z_i)/100$, ahol $i \in \{\lambda, w, s\}$.

Ekkor az XYZ-rendszerről a Coloroid-koordinátákra történő átváltás formulái:

$$\tan \varphi = \frac{y - y_0}{x - x_0}, \quad A = f(\varphi) \quad (7.28)$$

$$T = 100 \cdot \frac{Y(x_0 - x)\varepsilon_w}{100(x - x_\lambda)\varepsilon_\lambda + Y_\lambda(x_0 - x)\varepsilon_w} \quad (7.29)$$

$$V = 10\sqrt{Y} \quad (7.30)$$

A fenti (7.28) egyenlet megadja a φ irányszög kiszámításának módját, de nem definiálja az f függvényt, ami e szög az az A színezet-érték kapcsolatát adja meg. Erre a ...-beli táblázat ad módot.

A Coloroid-rendszert elsősorban olyan helyeken használják, ahol esztétikai szempontokat kell érvényesíteni, pl. az építészetben. Kiterjedt, gyakorlaton alapuló szabályrendszere van ugyanis az egymással harmonizáló színek Coloroid-értékei közti kapcsolatnak, megfelelő könyvek, színatlaszok és szoftverek állnak rendelkezésre a tervezéshez. Ez azonban könyvünk érdeklődési körén kívül eső terület.

7.8.3. A CIE Lab és Luv rendszerek

Az előző, emberi szemhez illesztett színrendszerek nagyon hasznosak, de eredeti formában való alkalmazásuk mindenképp emberi közreműködést igényel, így pl. egy programon belül nem használhatók eredeti formájukban. Ezért a CIE olyan transzformációkat szabványosított, melyek az X , Y és Z koordinátákból olyanokat képez, melyek jobban tükrözik az emberi szem színérzékenységét. Ennek jóságát pl. az mérheti, hogy az új rendszerben a 7.18. ábrán mutatott MacAdam-ellipszisek transzformáltjai legyenek minél inkább egyforma körök.

E cél elérése nem egyszerű, mert az emberi szem spektrális érzékenységi függvényei nem szabályosak, és sok minden befolyásolja a színérzetet, így csak tapasztalati alapon lehet a kívánt transzformációt keresni. Ennek során fontos egyensúlyt teremteni a képlet alkalmazhatósága és pontossága közt: nyilván, ha elég bonyolult transzformációkat is megengedünk, akkor található a szemhez jól illeszkedő rendszer, de túl bonyolult képletet alkalmazni és áttekinteni is nehéz. Ráadásul túlzott pontosságra azért sem érdemes törekedni, mert az emberek színérzékelése úgylis kissé egyedi.

Ezért a CIE 1964-ben olyan transzformációkat fogadott el, melyek viszonylag egyszerűek, mégis sokkal egyformább MacAdam-ellipsziseket tartalmaznak, mint az XYZ-rendszer. Ezek az „Luv” és „Lab” rendszerek. E rendszerek definiálásakor egyben mód nyílt arra, hogy az emberi színadaptációt is számításba vegyék: mindegyik esetén megadhatjuk, milyen színt tekintük „fehérnek” az adott körülmények között.

A CIE Luv-rendszer

E rendszer 3 koordinátája: L , ami az érzékelt fényességet jellemzi, illetve u és v , melyek a színkoordináták. Ezek kiszámítási módja a következő:

Vegyük a transzformálni kívánt színt és annak X , Y és Z koordinátáit, és számoljuk ki az u' , v' mennyiségeket:

$$\begin{aligned} u' &= \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} = \frac{4x}{-2x + 12y + 3} \\ v' &= \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} = \frac{9y}{-2x + 12y + 3} \end{aligned} \quad (7.31)$$

A mérések szerint már az itt definiált (u', v') koordináta-pár kielégítő a színérzet egyenletessége szempontjából és az Y fényességi koordinátával kiegészítve teljes rendszert alkotnak. Abból a szempontból viszont nem lehetünk még elégedettek, hogy ez az (Y, u', v') koordináták mindegyikében nem egyenletes a színérzet-változás, és még a szem szín-adaptációját is jó lenne figyelembe venni.

Válasszunk egy „fehér” színt (azaz határozzuk meg, milyen X_f, Y_f, Z_f értékekhez viszonyítunk) és számoljuk ki ugyanezeket az u'_f, v'_f mennyiségeket. Ezek alapján az Luv-rendszer koordinátái:

$$\begin{aligned} L &= \begin{cases} 116(Y/Y_f)^{1/3} - 16, & \text{ha } Y/Y_f > (6/29)^3 \\ (29/3)^3(Y/Y_f), & \text{ha } Y/Y_f \leq (6/29)^3 \end{cases} \\ u &= 13L(u' - u'_f) \\ v &= 13L(v' - v'_f) \end{aligned} \quad (7.32)$$

Az (L, u, v) koordinátahármas rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy két szín közti színérzet-különbség az ezekből képezett derékszögű koordináta-rendszerben vett Euklideszi távolsággal, azaz a $\sqrt{(\Delta L)^2 + (\Delta u)^2 + (\Delta v)^2}$ mennyiséggel arányos.

A teljesség kedvéért álljon itt a visszafelé transzformálás formulája is:

$$\begin{aligned} u' &= u/13L + u'_f \\ v' &= v/13L + v'_f \\ Y &= \begin{cases} Y_f \cdot L \cdot (3/29)^3, & \text{ha } L \leq 8 \\ Y_f((L + 16)/116)^3, & \text{ha } L > 8 \end{cases} \\ X &= Y(9u'/4v') \\ Z &= Y((12 - 3u' - 20v')/4v') \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{9u'}{6u' - 16v' + 12} \\ y &= \frac{4v'}{6u' - 16v' + 12} \end{aligned} \quad (7.34)$$

A CIE Lab-rendszer

Az előzőkehez hasonlóan definiált rendszer. Transzformációs formulái:

$$\begin{aligned} L &= 116 g(Y/Y_f) - 16 \\ a &= 500 [g(X/X_f) - g(Y/Y_f)] \\ b &= 200 [g(Y/Y_f) - g(Z/Z_f)] \end{aligned} \quad (7.35)$$

ahol

$$g(t) = \begin{cases} t^{1/3} & \text{ha } t > (6/29)^3 \\ \frac{1}{3} \left(\frac{29}{6}\right)^2 t + \frac{4}{29} & \text{különben} \end{cases} \quad (7.36)$$

A visszafelé transzformáció értelemszerűen definiálható.

A HSV-rendszer

Az Lab rendszerben definiált polárkoordinátákkal a Munsell-rendszerhez hasonló, csak objektív színmérésen alapuló rendszer definiálható a H=hue, S=saturation, V=value koordinátákkal:

$$\begin{aligned} V &= L \\ S &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ H &= \begin{cases} \arctan(b/a) & \text{ha } b > 0 \\ \arctan(b/a) + 180^\circ & \text{ha } b < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (7.37)$$

Természetesen ez a színrendszer is szabálytalan szintestet eredményez.

7.9. Egyszerűsített fényesség-színezet rendszerek

A CIE Luv és Lab rendszerei, valamint az előző HSV-rendszer általánosak, minden színre működnek, hátrányuk viszont hogy távol állnak az elterjedt RGB-rendszertől és szintestük szabálytalan. Gyakorlati célokra igen jó egy olyan rendszert használni, mely közelebbi kapcsolatban áll az RGB-vel és az Luv és Lab rendszerekhez hasonlóan egy fényességi és két színezeti koordinátával írja le a színt. Az, hogy az RGB-ből könnyen számolható rendszert akarunk, azt is jelenti, hogy pl. korlátozott lesz a színterünk vagy nem lesz egyenletes ezekben az emberi színérzékelés, de sok alkalmazásban ez elfogadható, viszont sokat nyerünk a fényesség-színezet kettéválasztással. (Azokról a területekről, ahol ezt célszerű alkalmazni, rövidesen szólunk.)

7.9.1. Az YPbPr és YCbCr-rendszerek

E rendszerek alapötlete, hogy az első csatorna az XYZ-rendszer középső, észlelt fényességgel arányos tagját tartalmazza, a másik kettő pedig a kék (blue) és vörös (red) ettől mért különbségét. Így tehát szürke kép esetén az utóbbi két komponens 0 lesz, más esetekben pedig a kék és vörös komponensek átlagosnál erősebb vagy gyengébb voltát fejezik ki a pozitív vagy negatív színezet-komponensek.

A transzformációs formuláknál fontos a normálás. Olyan rendszert használva, amikor a színcsatorna-értékek a $[0; 1]$ intervallumba vannak skálázva az alábbi módon lehet e rendszereket definiálni:

$$\begin{aligned} Y' &= K_r \cdot R' + (1 - K_r - K_b) \cdot G' + K_b \cdot B' \\ P_b &= \frac{1}{2} \cdot \frac{B' - Y'}{1 - K_b} \\ P_r &= \frac{1}{2} \cdot \frac{R' - Y'}{1 - K_r} \end{aligned} \quad (7.38)$$

Itt a vessző azt jelzi, hogy a $[0; 1]$ intervallumba transzformált komponensekkel számolunk. Könnyű belátni, hogy ekkor Y' is ebbe az intervallumba esik, de a színezet-komponensek $-0,5$ és $+0,5$ közti értékeket vesznek fel.

A K_b és K_r együtthatók értékét szabvány rögzíti. Jelenleg a legelterjedtebb a

$$K_b = 0,114; \quad K_r = 0,299 \quad (7.39)$$

értékek használata, de az újabb televíziós szabványok (pl. a HDTV) ezektől eltérő értékeket specifikálnak.

Mivel K_b és K_r a fényességkomponens kiszámításakor a G és R komponensek súlya, első pillanatra meglepődhetünk, értékük miért nem 0,011 illetve 0,177, ahogy az (7.22)-ből következne. Az eltérés magyarázata az, amit az sRGB-rendszerrel már említettünk: az eredeti RGB-szabvány nagyon nehezen megvalósítható hardveresen, ezért eszközeink módosított, pl. sRGB-rendszert használnak. K_b és K_r értékei ezekhez igazítva lettek meghatározva. Az új, HDTV-szabvány épp az sRGB-nek megfelelő értékeket használja, a fenti választás a régebbi hardvereklehetőségeihez illeszkedik jobban.

Az YCbCr-rendszer az előzőekben ismertetett YPbPr-ből egyszerűen származtatható: csupán a megfelelő értékek átskálázását jelenti alkalmazásfüggő intervallumba. Például digitális képtárolás esetén gyakran a $[0; 255]$ intervallumba eső egész értékeket használjuk színcsatorna-tárolásra. Ilyenkor az (??)-ből kiszámolt Y' értéket egyszerűen 255-tel szorozzuk, a színezet-koordinátákat pedig a 255-tel való szorzás után még 128-cal megnöveljük, hogy a pozitív tarományba kerüljünk.

7.9.2. Az RGB-ből származtatott hsv és hsl rendszerek

7.8.3. fejezetben tárgyalt HSV-rendszer koordinátái igen szemléletes jelentésűek, egyenletesek is színérzékelés szempontjából, de kiszámításuk bonyolult. Ehhez hasonló rendszerek az itt következő hsl és hsv rendszerek: ezek ugyan nem biztosítanak egyenletes színérzékelési tulajdonságot, viszont könnyű számolni őket az RGB adatokból és megtartják a koordináták szemléletes tulajdonságát, azaz hogy pl. egy „közepesen telített narancssárga árnyalat, alacsony fényességgel” megfogalmazásból közelítőleg meghatározhatjuk a színkoordinátákat.

A konverziós formulák ötlete az, hogy az R , G és B értékek maximumát és minimumát kikeressük (Max , Min). Ezek átlaga jellemzi, mennyire fényes a szín, különbségük meg a telítettséget írja le számszerűen, ahol pedig ez a maximum bekövetkezik, az a színezettség jellemzője.

A hsl-rendszer definíciója:

$$h = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = Min \\ 60^\circ \cdot \frac{G-B}{Max-Min} \bmod 360^\circ, & \text{ha } Max = R \\ 60^\circ \cdot \frac{B-R}{Max-Min} + 120^\circ, & \text{ha } Max = G \\ 60^\circ \cdot \frac{R-G}{Max-Min} + 240^\circ, & \text{ha } Max = B \end{cases} \quad (7.40)$$

$$l = (Max + Min)/2 \quad (7.41)$$

$$s = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = Min \\ \frac{Max-Min}{Max+Min} = \frac{Max-Min}{2l}, & \text{ha } l \leq \frac{1}{2} \\ \frac{Max-Min}{2-(Max+Min)} = \frac{Max-Min}{2-2l}, & \text{ha } l > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (7.42)$$

A hsv-rendszer h értéke ugyanaz, mint (7.40), de a másik két koordináta különbözik:

$$s = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = 0 \\ \frac{Max-Min}{Max} = 1 - \frac{Min}{Max}, & \text{különben} \end{cases} \quad (7.43)$$

$$v = Max \quad (7.44)$$

A hsl és hsv rendszerekkel gyakran találkozunk rajzolóprogramokban, pl. a színekiválasztó eszközöknél. Az, hogy az RGB-rendszerrel azonos a gamutjuk, előnyös, mert pontos megfeleltetés adható meg, a színterek között, de az RGB rendszer hátrányait is megtartjuk. Mindezek ellenére igen hasznos tud lenni egy kép HSV-be transzformálása, mert pl. jobban kiütököznek az eltérő színű foltok.

7.10. A színelmélet műszaki alkalmazásai

A színelmélet számtalan alkalmazást nyer a gyakorlatban, melyek közül a legfontosabb területeket szeretnénk felvillantani. E gyors áttekintés a színelméleti vonatkozásokra utal, nem az eszközök általános leírása kíván lenni.

7.10.1. Színes hardverek

Nyilvánvaló, hogy színes képmegjelenítést csak alapos színelméleti alapok megléte és azok technikai megvalósítása esetén lehet megoldani. Nem véletlen az sem, hogy a színmérő rendszerek első szabványosítása 1931-ben történt, a színes televíziózás hajnalán.

Képcsöves készülékek. A hagyományos, képcsöves TV-készülékekben és monitorokban lényegében RGB-rendszerű a *megjelenítés*: egymáshoz közeli vörös, zöld és kék fénykibocsátók jelenítik meg a színeket, melyeket a képernyőhöz közel hajolva, esetleg kis kézi nagyítót használva meg is figyelhetünk. A gyártás során természetesen nehéz pontosan az RGB (vagy sRGB) szabvány előírásait tartani, ezért az alapszínek színeképe nem lesz pont ott, ahol a szabvány azt rögzíti. (Lásd pl. a ... képet egy hagyományos CRT, azaz „Cathode Ray Tube” monitor színeképéről.) Ilyenkor a készülék maga egy színtér-transzformációt használ, ami a szabványos RGB értékeket a készülék saját RGB értékeivé alakítja. Ez azonban a színterek szélén óhatatlanul információvesztéshez, színhamisításhoz vezet, amit legjobban úgy tudunk csökkenteni, ha a fénykibocsátók színeképe közel megfelel a szabványbelinek.

A hagyományos, analóg *képtovábbítás* azonban nem közvetlen RGB-ben történik, aminek történeti okai vannak. Olyan színkódolást kellett ugyanis alkalmazni a színes adások bevezetésekor, hogy a régi, fekete-fehér készülékek is megjelenítsék a képet, de a színinformáció is benne legyen az adatfolyamban. Ezt úgy oldották meg, hogy a képet egy YCrCb-hez hasonló rendszerben sugározzák, azaz a fényességet és a két szíenkoordinátát szétbontják és a fényességinformációt ugyanolyan frekvencia viszi, mint a fekete-fehér adásokban, a szíenkoordinátákat viszont olyan helyre tették a sugárzásban, amit a fekete-fehér készülékek nem használnak. Természetesen e szellemes megoldás is sok technikai részletkérdést vet fel, de ezek tárgyalása a speciális távközlési kurzusokra tartozik.

Folyadékkristályos megjelenítők. Az utóbbi években nagyon elterjedtek az folyadékkristályos kijelzők, melyeket angol rövidítésük alapján többnyire LCD-nek (Liquid Cristal Display) hívunk. Ezek sok változattal rendelkeznek, de az alapötlet azonos: egy háttérvilágítás fényét megszűrjük egy-egy olyan szűrővel, melyben olyan folyadékkristály helyezkedik el, ami elektromos feszültséggel vezérelhető: egyik állapotában átengedi a fényt, a másikon nem.

Ez a szabályozhatóság annak köszönhető, hogy bizonyos folyadékkristályokban elektromos térben úgy rendeződnek a molekulák, hogy csak egyik polarizációs irányt engedik át és két ilyen réteg egymáson átereszt, ha azonos polarizációs irányba vannak beállítva, de nem ereszt át, ha egyik az egyik, másik a másik polarizációt engedné át.

Az LCD-k tehát tulajdonképpen kivonó színkeverést végeznek, de az ott tárgyalt nehézségek nem lépnek fel, mert egy ilyen kijelzőn a gyártáskor megszabott rend szerint helyezkednek el a vörös, zöld illetve kék fényt átengedő képelemek, azaz ezek közt nincs átfedés, ami a nyomtatásnál a nemlineáris viselkedés fő forrása. Mégis jó tudni, hogy pl. laptopunk LCD-je így működik, mert akkor pl. nem lepődünk meg azon, hogy sötét kép megjelenítésekor miért nem fogyaszt kevesebbet a kijelző, mint tiszta fehér képernyő esetében: mindkét esetben azonos a háttérvilágítás, csak más arányban engedjük át a fényt. Energiát megtakarítani LCD-k esetén a háttérvilágítás csökkentésével ill. kikapcsolásával lehet.

Az LCD-k kivonó jellegéből adódik egy másik fontos különbség: általában az LCD-k egy képelemének színeképe távolabb áll a monokromatikustól, mint a CRT-ké, hisz ha nagyon szűk tartományt engednénk át, akkor a fény nagy része kárba veszne. A szélesebb spektrumú alapszíneképe viszont a fentiek szerint kisebb színteret eredményez, ezért általában a CRT-k több szín megjelenítésére képesek, mint az LCD-k.

Természetesen az LCD és CRT kijelzők közt még számtalan egyéb különbség is van pl. a képfrissítési frekvencia vagy a látószög tekintetében, de itt csak a színtant érintő területeket tárgyaljuk röviden.

Lézeres megjelenítők. A lézerek a leginkább monokromatikus fényforrások, amiket ismerünk: az emberi érzékelés szempontjából tökéletesen egyszínűnek tekinthetők. Kézenfekvő a gondolat, hogy lézerek segítségével igen széles színtérű megjelenítőket lehet építeni. A sok felmerülő technikai probléma (pl. használható kék színű lézer kifejlesztése) miatt azonban

csak mostanra jutott el a technika ilyen eszközök tömeggyártásának lehetőségéhez. Az így gyártott „lézer-TV” készülékek elvi lehetőségei igen nagyok a színhűség, kontrasztarány és egyéb képjellemzők tekintetében. Nem üres reklámszöveg az, hogy egy lézer-TV kétszer annyi színt tud megjeleníteni, mint egy hagyományos CRT vagy LCD-kijelző: a gamut valóban lehet ennyivel nagyobb.

Szerencsétlen körülmény azonban, hogy a legtöbb videóformátum (lásd lentebb) a meglevő hardverek szűkebb színteréhez alkalmazkodik, azaz pl. sRGB-t vagy abból származtatott rendszert használ, így a felvételek többsége már eleve nem is tartalmaz olyan árnyalatokat, amit csak a lézer-TV tud, a többiek nem. Így egy (jelenleg meglehetősen drága) lézeres megjelenítőn sem tudunk igazán nagy színteret élvezni, ha nem speciális felvételeket használunk vagy nem bízunk rá magunkat egy automatikus színtér-tágító eljárásra, ami a szűkebb gamutot „felfújja”. Ilyen mesterséges módszerek élénkebbé tehetik a színeket, ami látványos effektus, de nem tudni, milyen esetben hamisítjuk meg a színt olyan mértékben, hogy az már zavaró a nézőnek.

Színes CCD-k. A CCD-k (Charge Coupled Device) olyan elektronikus eszközök, melyek szabályos rendben (általában négyzethálóban) rendezett fényérzékelőkből állnak, melyek az expozíciós idő alatt beérkező össz fényárammal arányos töltést halmoznak fel. Egy CCD-t egy lencserendszer mögé helyezve képalkotó eszközökhöz jutunk, mely a lencsék által alkotott valódi képet elektromos jelek sorozatává alakítja. Ilyen megoldással találkozunk pl. a digitális fényképezőgépek és videokamerák esetében.

A CCD-k egy-egy képpontja (érzékelője) rendelkezik egy spektrális érzékenységi függvényel, ami nagyjából hasonlít az emberi szemére, csak vörösben relatíve nagyobb értékeket vesz fel és kissé a közeli infravörösbe is átnyúlik. A színes képalkotásnak alapvetően két módszere van a CCD-k esetén:

- A CCD felületére jól meghatározott rendben színszűrő réteget visznek fel, ami az egyes pixelekre a vörös, zöld vagy kék tartományba eső fotonokat engedi. A legtöbb CCD esetén a pixelek négyzethálós elrendezésűek, ekkor 2x2-es blokkokban 2 zöld és 1-1 vörös ill. kék érzékeny képpontot szokás felvinni. A zöld dominanciáját az emberi szem érzékenységi függvényéhez való alkalmazkodás indokolja.

Ritka, de előfordul, hogy a CCD felületén a pixeleket háromszöghálóban helyezik el és akkor a három színtkomponensnek egy-egy pixel jut blokkonként.

Ez a megoldás található a legtöbb eszközben és jól láthatóan korlátozást jelent: a színinformáció valójában a CCD felbontásánál kétszer durvább rácson képződik (mindkét irányban). Az ilyen megoldás esetén az eszköz képpontonként a szomszédos pixelek átlagolásából képez színinformációt minden képpontra, ami óhatatlanul kisebb pontosságot jelent.

- A másik megoldás pontosabb, érzékenyebb, de drágább: egy speciális prizmarendszerrel a 3 alapszínnek megfelelően szétválasztják a bejövő fényt és e három ág mindegyikét 1-1, szűrőt nem tartalmazó CCD-re vezetik. Nyilvánvaló, hogy ez az eszköz költségesebb és bonyolultabb, mint az előző megoldás, de előnyei is jelentősek: itt minden pixelen teljes színinformáció képződik, áradásul a fényhasznosítás is sokkal jobb, mivel elvileg minden fotont felhasználunk, míg az előző esetben a fotonok mintegy 1/3 része éri el a CCD-t, mert a többit a színszűrő kiszűri.

Látható tehát, hogy nem olyan egyszerű folyamatok állítják elő megszokott eszözeinkben a színes képet. Ezek hétköznapi használat esetén általában nem éreztetik hatásukat, de ha a képeket pl. mennyiségi elemzésnek, képfeldolgozásnak vetjük alá, akkor az eszközök korlátaival mindenképp számolni kell.

7.10.2. Számítógépes képformátumok, tömörítési eljárások

Számítógépes képtárolásra a legkézenfekvőbb módszer az RGB-értékek sorfolytonos tárolása, hisz ez áll a megjelenítő eszközök többségéhez közel. Ez az egyszerű módszer azonban sok problémát vet fel:

- Mindig az RGB értékek tárolása a legcélszerűbb? Az RGB-rendszer korlátozott színtérrel rendelkezik, ráadásul ez néhol bővebb, néhol szűkebb, mint mondjuk a CMYK-rendszer gamutja. Alkalmazásoktól függően ezért esetleg nem az RGB, hanem az Adobe RGB vagy a CMYK színrendszerbeli tárolás jobb lehet.
- Milyen számábrázolást használjunk az értékek tárolására? Ha minden komponenst nagy pontossággal, mondjuk 32 bites egész vagy lebegőpontos számmal jelölünk, akkor nagy színhűség érhető el, de a fájlok mérete óriási lesz és a legtöbb alkalmazásban az ilyen precízség felesleges. Széles körben elterjedt a színkomponensnek 8 biten való ábrázolása, ami sokszor elegendő, de néha már szabad szemmel is látszik a véges pontosságból eredő hiba (pl. csak 256 szürke-fokozat van), és ha a képet feldolgozzuk (pl. más színrendszerbe transzformáljuk, kiegyenlítjük a fényerő-eloszlást, ...) ezek hatása bántóan előjöhethet.
- Hol találunk megfelelő tárhelyet egy nagyobb képgyűjteménynek vagy hosszabb mozgóképnek? A színadatok direkt tárolása ugyanis igen nagy helyigényű. Egy átlagosnak mondható 4 megapixeles állókép 8-8-8 bites RGB-rendszerű közvetlen tárolása kb. 12 MB helyet foglalna, egy 720x576-os felbontású mozgókép minden perce 1,9 GB lenne, ami még a mai háttértárolóknak is túl nagy helyigény.

Ilyen, és hasonló problémák miatt csak a legegyszerűbb álló- és mozgókép-formátumok tárolják közvetlenül a nyers RGB adatokat. Az alábbi eljárások több képformátumnál előfordulnak:

- RGB helyett CMYK-ban tárolni a képet, ha nyomdai felhasználásra készül.
- RGB helyett Yuv, Lab vagy hasonló rendszerben tárolni a képet, azaz különválasztani a fényességinformációt a színtől. Az ilyen tárolás lehetővé teszi pl. azt, hogy a fényességinformációt teljes, de a színinformációt egy kisebb felbontású rácson tároljuk, ami ugyan meghamisítja a képet, de a kísérletek szerint az ilyen hibára szemünk kevésbé érzékeny. Ráadásul ha a szem színérzékelését tükröző rendszert, mondjuk Lab-t használunk, kis minőségromlás mellett megtehetjük, hogy a fényességet 8, a szíenkoordinátákat 6-6 bit pontossággal tároljuk csak. (Ezt néhány erősen tömörítő videoformátum használja.)
- Ha nagy színhűség a követelmény, vagy a képet várhatóan további feldolgozásnak kell alávetni, akkor színcsatornánként több bites ábrázolás szükséges. Szabványos fájlformátumokban elterjedt a színenkénti 16 vagy 32 bites egész vagy a 32 bites lebegőpontos ábrázolás. Ezeket a formátumokat „High Dynamic Range”, azaz HDR-formátumnak nevezzük. Ezen kívül sok hardvereszköz, pl. szkennerek vagy fényképezőgépek a leképezést színcsatornánként 10 vagy 12 biten végzik, és az ehhez való hozzáférést a felhasználónak is biztosítja. Az ilyen nyers (raw) belső formátumok azonban általában nem szabványosítottak és speciális szoftver kell kezelésükhöz.
- Az adatsorokban talált szabályosságok alapján tömöríteni a képet. Ez az eljárás lehet tisztán matematikai jellegű (pl. észrevenni az egymást követő sok azonos értékű pixelt vagy bonyolultabb ismétlődő mintázatokat), de a kép tulajdonságait jobban kihasználó is. (Pl. a kép egyes részeinek Fourier-transzformáltjában csak a legnagyobb komponensek megtartása.)
- Mozgóképek esetén az egymást követő képek általában hasonlítanak egymásra, így sokszor megéri, hogy egy-egy képkocka eltárolása mellett a következő néhány esetén

csak az egymás utániak különbségét tároljuk valamilyen tömör formában.

A témakör igen nagy, de jól láthatóan sok köze van a színtanban tanultakhoz. Nemcsak az előbb direkt módon felsorolt eljárások miatt, hanem olyan közvetett módon is, hogy egy szokásos tájkép, portré, stb. esetében a színezet-komponensek általában lassabban változnak, mint a fényesség, így mondjuk YCrCb-rendszerű ábrázoláskor a Cr és Cb komponensek jobban tömöríthetőek, mint az Y, vagy mint ahogy a R, G és B komponensek.

Ennek belátáshoz gondoljunk bele, hogy mondjuk egy egyszínű ruhadarab RGB-komponenseinek mindegyike változik, ahogy a ruha egyes részei (követve az emberi testet) más és más szög alatt kapják a megvilágítást, így más fényerejűek lesznek a képen. YCrCb-ben viszont csak az Y követi ezt a változást, a színezet-komponensek nem. Természetesen egy gyakorlati esetben a szórt fények miatt a színezet-komponensek sem lesznek tökéletesen konstansok, de Y-nál és az RGB-komponenseknél sokkal lassabban fognak változni egy tárgy képén belül, de ez a lassabb változás nagyobb tömörítést tesz lehetővé.

7.10.3. Képfeldolgozás

Egy összetett kép elemzésében sokat segíthet egy megfelelő színrendszerre való transzformálás. Ha pl. egy változó megvilágítású és geometriájú képsorozat elemein kell ugyanazt a tárgyat megtalálni, érdekesebb a színezet-komponenseket figyelni, azaz a tárgy keresését YCrCb-ben vagy HSV-ben végezni.

Sok képjavító, részletkiemelő eljárás is jobban fogalmazható meg a szokásos RGB-rendszerrel eltérő színterekben. Például a színek „élénkíthetők”, ha a HSV-re transzformált képen az S (saturation, telítettség) komponenst alkalmasan választott transzformációval (mondjuk 1,2-vel való szorzással) megnöveljük minden képpontban. Egy ilyen transzformáció jól jöhet régi fényképek feljavításánál, rossz látási viszonyok között készült képeknél.

7.11. Kérdések és feladatok

Elméleti kérdések:

1. Mikor mondjuk, hogy két szín egymás metamerje?
2. Milyenek az RGB-rendszer alap színképei?
3. Mit fejez ki a színmegfeleltetési (színtalálati) függvény?
4. Miért probléma, hogy az RGB-rendszer színtalálati függvénye negatív értékeket is felvesz?
5. Az XYZ-rendszer melyik komponensének van közvetlen kapcsolata az emberi szem érzékenységiével?
6. Rajzolja fel az xy -rendszerben a színpatkót! Jelölje meg, hol találhatók a tiszta színek és hol a fehér szín.
7. Milyen szempontból illeszkedik rosszul az emberi szem színérzékeléséhez az XYZ-rendszer?
8. Van-e olyan színtartomány, mely nem található meg a Munsell-féle színrendszerben?
9. Mi a fő előnye az Lab rendszernek az XYZ-hez képest?
10. A Munsell-féle rendszer melyikhez áll legközelebb a következők közül: RGB, XYZ, Lab, Luv. Miért?
11. Mi az értelme annak, hogy a CMY rendszert a fekete színnel is kibővítjük?

Egyszerű számolási feladatok:

1. Az RGB-rendszer színmegfeleltető függvényének ismeretében becsülje meg, milyen RGB értékekkel lehet visszaadni az 550 nm hullámhosszúságú tiszta színt a legjobban!
2. Adott 3 szín az sRGB-rendszerben: $S_a = (255, 127, 127)$, $S_b = (127, 255, 127)$, $S_c = (127, 127, 255)$. Melyiket érzi az átlagos emberi szem legerősebbnek? Kb. hányszor halványabbnak érzékelhető a másik kettő ennél?

IV. rész

Függelék

8. fejezet

A térszög

A síkban az irányok egy halmazának nagyságát a **szög** fogalmával jellemezzük. Ennek jól ismert módja az, hogy egy pont köré egységnyi sugarú kört rajzolunk, megjelöljük a körvonalon azokat a pontokat, melyek a vizsgált irányokban vannak a ponttól nézve, és a körvonalon így kijelölt ívhossz nagysága adja meg ívmértékben, azaz **radiánban** az irányok halmazának nagyságát, azaz a szög értékét. ⇐ szög
⇐ radián

A térbeli irányok halmazának nagyságát az előzőekhez hasonlóan képezett mennyiséggel, a **térszöggel** jellemezzük. Képzeljünk egy egységsugarú gömböt a vizsgált pont köré, jelöljük be ennek felületén a vizsgált irányhalmazba eső pontokat és az így kijelölt, gömb felszíni alakzat területét tekintjük a térszög nagyságának. A síkbeli szög elnevezéséhez hasonlóan ezt **szteradiánnak** nevezzük és általában „sr” betűkkel rövidítjük. ⇐ térszög
⇐ szteradián

Mivel az egységsugarú gömb felszíne 4π , ezért a teljes térszög, azaz az összes lehetséges irányt tartalmazó szög 4π sr, míg pl. egy sík terepen állva az égbolt térszöge ennek fele, azaz 2π sr.

Más esetekben a térszöget egyszerű számítással kell meghatározni. Ehhez hasznos meggondolni, hogy egységsugarú gömb helyett használhatunk tetszőleges r sugarút is, és ha ezen az irányok egy A felületet határoznak meg, akkor az irányhalmaz térszöge:

$$\Omega = \frac{A}{r^2}. \quad (8.1)$$

Könnyű belátni, hogy adott irányhalmaz esetén ez nem függ a választott gömb sugarától, mert egy gömböt felfújva a felszíni alakzatainak lineáris méretei a sugárral egyenes arányban, azok felszíne pedig a sugár négyzetével egyenes arányban növekszik.

Ezért ha egy r távolságban lévő tárgy méretei sokkal kisebbek, mint r , és felénk A felületét fordítja, akkor (8.1) adja meg, hány szteradián térszög alatt látjuk.

A 8.1. ábrán a szög és a térszög fogalmát mutatjuk be szemléletesen.

8.0.1. példa: Hány szteradiánt jelent az α fél-nyílásszögű kúp által meghatározott térszög?

Megoldás: Egy r sugarú gömb középpontjába téve az α fél-nyílásszögű kúpot, annak belsejébe a gömb felszínének egy $m = r - r \cos \alpha$ magasságú, gömbsüveg alakú része fog esni. (Lásd 8.2. ábra.) Ennek felszíne:

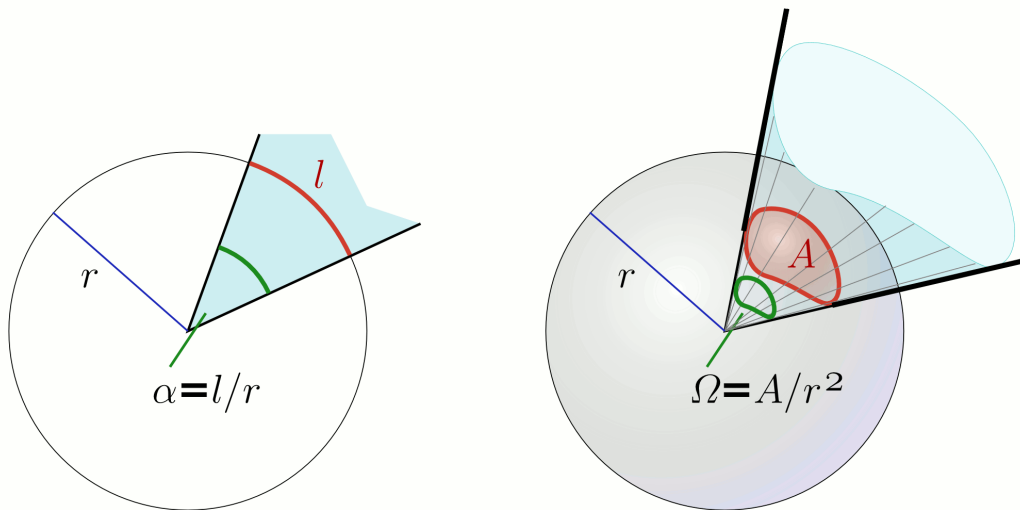
$$A = 2\pi r m = 2\pi r^2 (1 - \cos \alpha),$$

ami nyilván

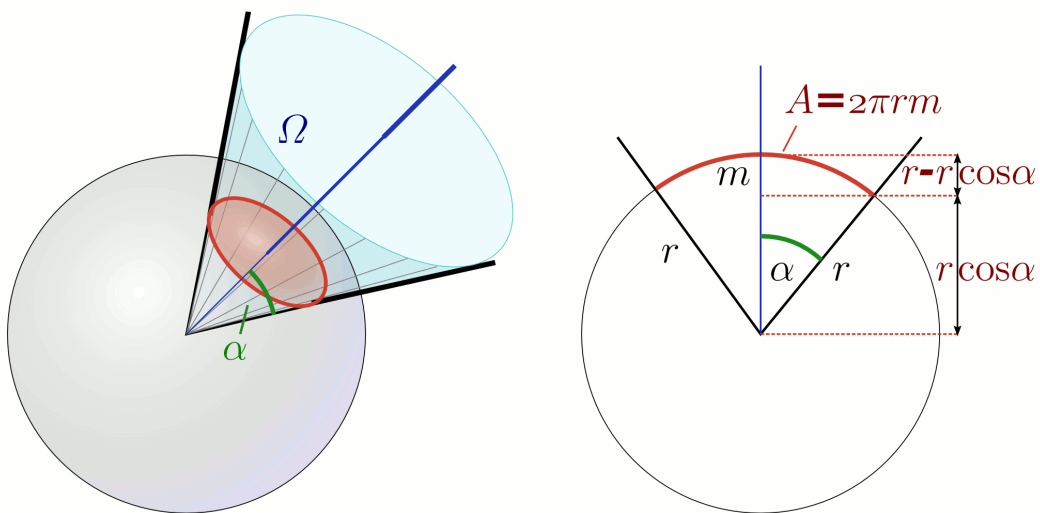
$$\Omega = \frac{A}{r^2} = 2\pi (1 - \cos \alpha) \quad (8.2)$$

térszögnek felel meg.

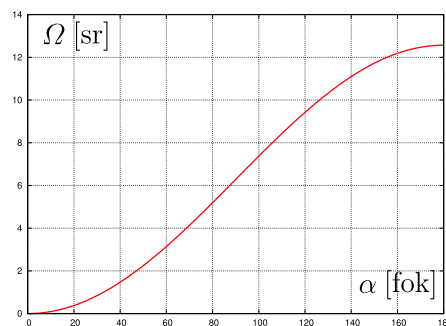
Az eredményt a 8.3. ábrán mutatjuk meg grafikusan. Érdekes néhány nevezetes értéket megnézni: pl. egy 45° fél-nyílásszögű kúp kb. 2 sr térszöget határoz meg, míg az 1 sr érték 33° -os kúpnak felel meg.



8.1. ábra. A szög és a térszög fogalmának szemléltetése



8.2. ábra. Egy kúp által meghatározott térszög.



8.3. ábra. Egy kúp által meghatározott térszög grafikonja.

A gyakorlatban sokszor érdekes az $\alpha \ll 1$ eset egyszerűbb formulával való közelítése is. Kis szögekre $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$, így

$$\Omega \approx \pi\alpha^2, \quad \text{ha } \alpha \ll 1.$$

9. fejezet

A Dirac-delta függvény

Tárgymutató

- abszolút fekete test 79
- abszolút fekete test 29
- additív színrendszer 73
- Airy-korong 13, 56

- besugárzott teljesítmény 21
- Boltzmann-állandó 29

- cd 23

- csap 16

- decibel 67
- dikromatikus 70
- Dirac-delta függvény 31

- elektromágneses hullám 7
- elnyelési színek 39
- energiaáram 20
- energiaáram-sűrűség 21

- fény 7
- fényérzékeny sejt 16
- fókuszpont 11
- fókusz távolság 11, 12
- fehéregyensúly 78
- felbontóképesség 14
- fényáram 20
- fényerősség 23
- fényérzet 19
- fényforrások hatékonysága 21
- fénysebesség 29
- fénysűrűség 23
- folytonos színek 28
- forráserősség 40
- fotometria 19, 24
- foton 9
- fotoreceptor 16, 18
- frekvencia 8
- független színek 88

- gamma-kódolás 83
- gamut 83

- hőszugárzás 8

- hatazskere sztmetszet 36
- hullámhossz 8

- ideghártya 15
- idegi impulzusok 4
- indukált bomlás 61
- infravörös sugárzás 8
- írisz 15

- képek méretezése 58
- képméret 12
- képtávolság 12
- kandela 23
- karakterisztikus idő 61

- lencse 10
- linearitás 35
- lumen 21
- lux 21

- MacAdam, David 91
- MacAdam-ellipszis 91
- Maxwell, J.C. 7
- megvilágítás 21
- mesopic látás 25
- metamer 73
- Mie, Gustav 49
- Munsell, Albert H. 92

- nagyítás 12
- neurológia 4
- nevezetes sugármenetek 11

- optikailag vékony 39
- optikailag vastag 39
- optikai mélység 39
- oszlopsűrűség 38

- pálcika 16
- photopic látás 25
- pihentetési faktor 59
- pixel 58
- Planck-állandó 29
- Planck-görbék 29
- pupilla 15

- pupillaméret 18
- rádióhullámok 8
- röntgensugárzás 8
- radián 105
- radiometria 19, 24
- Rayleigh-szórás 50
- retina 15, 16
- retina-megvilágítás 24, 62
- rodopszin 18, 60
- scotopic látás 25
- Snellius-Descartes-törvény 10
- sp. érz. függv. 28
- spektrális energiaáram 20
- spektrális érzékenységi függvény 19
- spektrális érzékenységi függvény 71
- spektrális sugárűrűség 24, 28, 29, 69
- spektrum 28
- spektrális érzékenységi függvény 69
- spontán bomlás 60
- Stefan-Boltzmann-állandó 30
- Stefan-Boltzmann törvény 30
- sugárizom 16
- sugárerősség 23
- sugársűrűség 23
- sugárzási teljesítmény 20
- szög 105
- szemlencse 15
- színkép 69
- szívárvány 48
- szívárványhártya 15
- szín 69
- színérzet 72
- színhőmérséklet 79
- színkép 28, 72
- színképvonal 28
- színlátás 69
- színtalálati függvény 76
- színtér 83
- szórási hatáskeresztmetszet 42
- szteradián 105
- szubtraktív színrendszer 87
- tárgyméret 12
- tárgytávolság 12
- térlátás 17
- térszög 105
- terjedési sebesség 7
- termelődé (rodopszin) 60
- térszög 23
- tisztánlátás távolsága 17
- tiszta szín 8
- trikromatikus 69
- Troland 24, 62
- ultraibolya sugárzás 8
- visszaszórás 46
- vonalas színekép 28
- Weber-törvény 67

Irodalomjegyzék

- [1] Ábrahám György (szerk.): Optika, Panem-McGraw Hill,
- [2] Schanda János: Colorimetry (in: Casimer DeCusatis: Handbook of Applied Photometry, pp 327–412).
Link: [PDF fájl a Pannon Egyetem honlapján](#)
- [3] Schanda, János: Colorimetry, Understanding the CIE system. Wiley Intescience, 2007.
Link: [Google Books](#)
-
- [4] Nemcsics, Antal: Coloroid Colour System, Hungarian Electronic Journal, 2003.
Link: [HEJ honlap](#)
-
- [5] Colour and Vision Research Labs adatbázisok.
Link: <http://www.cvrl.org/>
- [6] A CIE (Nemzetközi Világítástechnikai Bizottság) honlapja. Link: <http://www.cie.co.at/>
- [7] Hyperphysics honlap.
Link: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/HFrame.html>
- [8] „Atmospheric Optics” honlap.
Link: <http://www.atoptics.co.uk>
- [9] „Mie Scattering Calculator” honlap.
Link: http://omlc.ogi.edu/calc/mie_calc.html